

University of Groningen

Robust Synchronization and Model Reduction of Multi-Agent Systems

Jongsma, Hidde-Jan

IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

Document Version

Publisher's PDF, also known as Version of record

Publication date:

2017

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

Citation for published version (APA):

Jongsma, H.-J. (2017). *Robust Synchronization and Model Reduction of Multi-Agent Systems*. [Thesis fully internal (DIV), University of Groningen]. Rijksuniversiteit Groningen.

Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

SAMENVATTING

In dit proefschrift worden twee belangrijke problemen in de theorie van gekoppelde *multi-agent* systemen bestudeerd: het probleem van robuuste consensus en synchronisatie en het probleem van modelreductie van netwerksystemen. Wij zullen nu een samenvatting geven van de in dit proefschrift besproken problemen.

Een gekoppeld multi-agent systeem bestaat uit een groep subsystemen die agenten worden genoemd. Deze agenten zijn onderling verbonden via een gegeven communicatietopologie. Deze topologie is gevat in een graaf: de netwerkgraaf. In deze graaf vertegenwoordigen de knopen de verschillende agenten en de communicatielinks zijn vertegenwoordigd door de zijden.

Het eerste probleem dat wordt onderzocht is het probleem van robuuste synchronisatie van netwerken van agenten met onzekere dynamica. In dit probleem delen de agent hun nominale dynamica, welke is gegeven door een gangbaar lineair *input-output* systeem. Vervolgens wordt voor elke agent in het netwerk deze nominale dynamica verstoord door middel van een *coprime factor* verstoring. Het doel is om een communicatieprotocol op te stellen dat het netwerk op een robuuste wijze synchroniseert voor alle coprime factor verstoringen. Dit houdt in dat voor elk van de toegestane verstoringen de toestand van alle agenten convergeert naar een gedeelde baan.

Als de netwerkgraaf een ongerichte graaf is, dan kan worden aangetoond dat robuuste synchronisatie equivalent is met het tegelijkertijd robuust stabiliseren van één bepaald systeem door een set van nauw verwante stabiliserende *controllers*. Dit stelt ons in staat om resultaten te gebruiken uit *robust control* zoals de welbekende *small gain* stelling. Dit systeem is gerelateerd aan de eerder genoemde nominale dynamica. Als de netwerkgraaf gericht is, ook dan is het mogelijk om het robuuste synchronisatieprobleem op te lossen door middel van het oplossen van een simultaan stabilisatieprobleem.

In dit proefschrift construeren wij communicatieprotocollen die robuuste synchronisatie tot stand brengen voor ongerichte netwerken met heterogene verstoringen en gerichte netwerken waarin de agenten op homogene wijze zijn verstoord. Deze protocollen bewerkstelligen robuuste synchronisatie voor verstoringen die binnen een bepaald haalbaar interval vallen. Voor een gericht netwerk is het supremum van dit interval proportioneel aan de ratio van het kleinste reële deel en de grootste modulus van de eigenwaarden, ongelijk aan nul, van de Laplaciaan van de netwerkgraaf. Indien de netwerkgraaf ongericht is, dan zijn deze eigenwaarden reëel. Er kan dan worden aangetoond dat het supremum van het haalbare interval proportioneel is aan de wortel van de ratio van de kleinste en grootste eigenwaarde van de Laplaciaan die ongelijk aan nul zijn.

In het tweede deel van dit proefschrift onderzoeken we twee verschillende manieren om modelreductie toe te passen op multi-agent systemen. Eerst bestuderen we het modelreductieprobleem waarin agenten in een *leader-follower* netwerk worden geclusterd. In deze netwerken is een deelverzameling van de agenten aangeduid als leider en de overige agenten zijn volgers. De leiders zijn de enige agenten die een externe *input* ontvangen. De volgers kunnen alleen met de rest van de agenten informatie uitwisselen. Het doel is nu om deze netwerken accuraat te benaderen door middel van een lager dimensionaal model, terwijl de structuur van het netwerk behouden blijft.

Wij presenteren een modelreductietechniek voor netwerken waarin de agentdynamica wordt gegeven door arbitraire hogere-orde systemen. Bij deze techniek wordt gebruik gemaakt van een speciale klasse van graafpartities, namelijk *almost equitable* partities. De agenten in het netwerk worden geclusterd aan de hand van een *almost equitable* partitie van de netwerkgraaf. Hierdoor wordt het aantal agenten in de resulterende graaf gereduceerd, wat tot gevolg heeft dat de dynamische orde van het hele netwerk daalt. In het geval dat het netwerk aan de hand van een *almost equitable* partitie wordt geclusterd, dan blijven de consensus eigenschappen van het netwerk behouden. Wij geven bovengrenzen voor de benaderingsfout in zowel de \mathcal{H}_2 - als de \mathcal{H}_∞ -norm. Deze bovengrenzen hangen af van het aantal celgenoten van de leiders, van de eigen-

waarden van de Laplaciaan van de netwerkgraaf en van een systeem dat nauw verwant is aan de dynamica van de agenten.

Omdat het vinden van een partitie die almost equitable is veel rekenkracht vereist, bespreken wij ook het geval waarin het netwerk aan de hand van een willekeurige partitie wordt geclusterd, die niet noodzakelijkerwijs almost equitable is. Hiervoor wordt eerst een graaf geconstrueerd die een optimale benadering is van de originele netwerkgraaf. De gegeven partitie is een almost equitable partitie van deze nieuwe graaf. Vervolgens wordt door middel van de eerder verkregen bovengrenzen en de driehoeksongelijkheid een bovengrens gegeven voor de benaderingsfout.

In het laatste deel van dit proefschrift bestuderen wij een alternatieve techniek voor het toepassen van modelreductie op netwerken. In tegenstelling tot de eerder besproken techniek is deze niet gebaseerd op reduceren van het aantal agenten in het netwerk. In plaats hiervan wordt de communicatietopologie van het netwerk versimpeld door het weghalen van bepaalde communicatielinks. In een gegeven netwerk, waarin de agentdynamica is gegeven door een arbitrair symmetrisch lineair input-output systeem, wordt de communicatiestructuur versimpeld door alle zijden in de netwerkgraaf weg te halen die de cyclen in de graaf afsluiten.

We geven noodzakelijke en voldoende voorwaarden waaronder zowel het originele als het gereduceerde netwerk consensus bereiken en presenteren expliciete uitdrukkingen voor de resulterende \mathcal{H}_2 -benaderingsfout. De fout wordt uitgedrukt in termen van de getekende padvectoren die de verwijderde zijden beschrijven en de eigenvectoren en eigenwaarden van de zijde-Laplacianse matrix van zowel de originele als de gereduceerde netwerkgraaf.

In het geval dat de gereduceerde netwerkgraaf wordt gegeven door een stergraaf, dan kunnen de verkregen uitdrukkingen worden versimpeld. Wij geven deze versimpelde uitdrukkingen en tonen aan dat, in het geval van een stergraaf, de benaderingsfout niet afhangt van het aantal agenten in het netwerk. Tenslotte tonen wij aan dat eerder verkregen resultaten met betrekking tot netwerken waarin de agentdynamica wordt

gegeven door enkelvoudige integratoren direct volgen uit de algemene resultaten in dit proefschrift.

COLOPHON

The 'tree graph' depicted on the front cover is, in fact, an illustration of a soft coral known as *Gorgonia verticillata*.

This thesis was typeset using the typographical style classicthesis, which is developed by André Miede. The style was inspired by Robert Bringhurst's seminal book on typography "*The Elements of Typographic Style*".