

University of Groningen

## Theory and history of geometric models

Polo-Blanco, Irene

**IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.**

*Document Version*

Publisher's PDF, also known as Version of record

*Publication date:*

2007

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

*Citation for published version (APA):*

Polo-Blanco, I. (2007). *Theory and history of geometric models*. [s.n.].

**Copyright**

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

**Take-down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

*Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.*

# Samenvatting

In de tweede helft van de 19-de eeuw ontdekte men nieuwe algebraïsche krommen en oppervlakken en vele andere meetkundige objecten. Als hulp bij het bestuderen daarvan ondernamen veel wiskundigen de constructie van modellen om die objecten te visualiseren. Op die manier kon men overstappen van het abstracte mathematische object naar het concrete model, hetgeen voor het bestuderen en ontdekken van zijn eigenschappen erg nuttig was. In veel universiteiten zijn die modellen jarenlang tentoongesteld, niet alleen vanwege hun wetenschappelijke en didactische waarde maar ook vanwege hun artistieke waarde.

Een belangrijk voorbeeld van het construeren van modellen vinden we in Duitsland. Wiskundigen zoals Felix Klein en Alexander von Brill ontwierpen talloze modellen. In de jaren 1880 tot 1935 werden deze gebouwd met materialen als gips, draad, metaal enz. Door de Duitse firma's L. Brill en M. Schilling werden grote hoeveelheden van deze modellen geleverd aan Europese en Amerikaanse universiteiten. De catalogus van M. Schilling uit 1911 geeft een beschrijving van 40 series die een totaal van ongeveer 400 modellen omvat.

Tegenwoordig treft men deze Duitse collecties aan op vele Europese universiteiten. In dit proefschrift wordt met name de collectie modellen van de universiteit van Groningen vanuit een historisch en vanuit een wiskundig gezichtspunt bestudeerd. Die collectie bestaat uit ongeveer 150 objecten. Een groot deel is afkomstig van de bovengenoemde Duitse firma's. Zij vormen het centrale thema van dit proefschrift.

Hoofdstuk 1 geeft een historisch overzicht van dit deel van de collectie. Daarin bestuderen we eerst diverse aspecten van de modellen in Duitsland en Nederland en vervolgens concentreren we ons op de Groningse collectie. In concreto, proberen we te achterhalen wanneer de Groningse universiteit die collectie modellen heeft aangeschaft, welke professoren die aanschaf hebben verricht en hoe die collectie gebruikt werd. Uit de resultaten hiervan menen we te kunnen concluderen dat bij de brand van het Academiegebouw in 1906 veel modellen verwoest zijn. Verder beschrijven we welke aspecten een rol gespeeld hebben bij de inventarisatie van de collectie en bij de restauratie van veel objecten. Alle gipsmodellen in de collectie zijn in 2005 gerestaureerd door de beeldhouwer Cayetano Ramírez López. Veel draadmodellen zijn door Marius van der Put (leerstool algebra en meetkunde) gerestaureerd.

De hoofdstukken 2, 3 en 4 vormen het meer wiskundige deel van het proefschrift. Daar worden in detail enkele series algebraïsche oppervlakken en krommen uit de collectie van M. Schilling bestudeerd. Hoofdstuk 2 behandelt kubische oppervlakken. Een kubisch oppervlak is de verzameling van de nulpunten (in de drie-dimensionale ruimte) van een polynoom van de derde graad. Arthur Cayley en George Salmon bewezen in 1849 dat een niet singulier kubisch oppervlak, over de complexe getallen, precies 27 rechte lijnen bevat. Alfred Clebsch ontdekte het *diagonaaloppervlak*, een kubisch oppervlak waarbij alle 27 rechte lijnen reëel zijn. Een (affiene) vergelijking voor dit oppervlak is  $x^3 + y^3 + z^3 + 1 - (x + y + z + 1)^3 = 0$ . Merkwaardig is dat het Duitse gipsmodel van dit oppervlak niet tot de Groningse collectie behoort. Naar aanleiding hiervan heeft de beeldhouwer Ramírez López een gipsmodel geconstrueerd waarop de 27 lijnen en hun geometrie duidelijk te zien zijn.

Clebsch bewees in 1871 dat ieder kubisch oppervlak over de complexe getallen verkregen kan worden in termen van de lineaire ruimte van de vlakke derdegraads krommen die door zes gegeven punten (in algemene ligging) gaan. Namelijk, een basis  $\{f_1, \dots, f_4\}$  voor deze ruimte levert een parametrizing  $p \mapsto (f_1(p) : \dots : f_4(p))$  van een kubisch oppervlak. In moderne wiskundetaal betekent dit dat ieder kubisch oppervlak verkregen kan worden door het 'opblazen' van zes punten (in algemene ligging) in het vlak. In hoofdstuk 2 wordt een expliciet algoritme gegeven dat voor een gegeven kubisch oppervlak die zes punten berekent. Dit algoritme wordt toegepast op een aantal reële kubische oppervlakken. Vervolgens beantwoorden we de

vraag, welke reële kubische oppervlakken een dergelijke, over de reële getallen gegeven parametrisering toelaten. Het hoofdstuk eindigt met een berekening van de 'twists' over de rationale getallen van kubische oppervlakken.

In hoofdstuk 3 worden diverse modellen van algebraïsche krommen onderzocht. We concentreren ons, in het bijzonder, op twee groepen modellen uit twee verschillende series van M. Schilling. Beide groepen illustreren de classificatie door Möbius van reële krommen van graad drie in het vlak. Het tweede deel van dit hoofdstuk behandelt de modellen van ruimtekrommen.

In hoofdstuk 4 komt de classificatie, door Karl Rohn, van de regeloppervlakken van graad vier aan bod. Een regeloppervlak is een oppervlak in de driedimensionale ruimte dat opgebouwd is uit rechte lijnen. Hier wordt bovendien verondersteld dat het oppervlak ook de verzameling van de nulpunten is van een polynoom met graad vier. Rohns classificatie wordt gegeven in termen van de singuliere punten van zo'n oppervlak. Over de reële getallen vindt men verscheidene families. Tien daarvan zijn uitgevoerd als draadmodellen en die vormen serie XII in de catalogus van M. Schilling. Dit hoofdstuk geeft een moderne interpretatie van de methode die Rohn gebruikte voor het vinden van de vergelijkingen van de vierde graad van de regeloppervlakken.

Ten slotte behandelt hoofdstuk 5 een groep van modellen uit de Groningse collectie bestaande uit, in karton uitgevoerde, polyeders. Deze representeren driedimensionale doorsneden van vierdimensionale regelmatige polytopen. Zij werden ontworpen door Alicia Boole Stott, een amateur wiskundige uit het eind van de 19-de eeuw. Boole Stott herontdekte de zes regelmatige polytopen die bekend staan onder de namen: hypertetraeder, hyperkubus, hyperoctaeder, de 24-cell, de 120-cell en de 600-cell. Deze objecten zijn de vierdimensionale analogieën van de Platonische lichamen: tetraeder, kubus, octaeder, dodecaeder en icosaeeder. Het bestaan van deze modellen in de collectie van de Groningse universiteit is te danken aan de samenwerking tussen Boole Stott en de meetkundige Pieter Hendrik Schoute, hoogleraar te Groningen. Tijdens de viering, in 1914, van het 300 jarige bestaan van de Groningse universiteit ontving Boole Stott een eredoctoraat. Haar leven en haar belangrijkste bijdragen aan de vierdimensionale meetkunde is in dit hoofdstuk beschreven.

