

University of Groningen

Geometry of strings and branes

Halbersma, Reinder Simon

IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

Document Version

Publisher's PDF, also known as Version of record

Publication date:

2002

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

Citation for published version (APA):

Halbersma, R. S. (2002). *Geometry of strings and branes*. [Thesis fully internal (DIV), University of Groningen]. [s.n.].

Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

Samenvatting

De elementaire-deeltjesfysica probeert de fundamentele bouwstenen van de Natuur en hun onderlinge wisselwerkingen te beschrijven. Uit experimenten is gebleken dat de elementaire deeltjes in twee klassen zijn onder te brengen: de leptonen, waaronder het elektron en het neutrino; en de quarks, de bouwstenen van protonen en neutronen. De vier bekende wisselwerkingen tussen deze bouwstenen zijn de zwaartekracht, de elektromagnetische, de zwakke, en de sterke wisselwerking.

Op kleine lengteschalen is de zwaartekracht vele orden van grootte zwakker dan alle andere krachten¹, en zij kan dan ook rustig verwaarloosd worden. De resterende drie wisselwerkingen kunnen beschreven worden door een elegante theorie die het Standaard Model wordt genoemd. Deze theorie is een ijktheorie – zij heeft een interne lokale symmetriegroep waardoor elke wisselwerking beschreven kan worden als een uitwisseling van ijkdeeltjes. Deze ijkdeeltjes worden het foton, de W-bosonen en het Z-boson, en de gluonen genoemd voor respectievelijk de elektromagnetische, de zwakke, en de sterke wisselwerking. Ijkdeeltjes verschillen in meerdere opzichten van materiedeeltjes: de ijkdeeltjes vallen in de klasse van bosonen, deeltjes met heeltallige spin en commuterende statistiek; de materiedeeltjes daarentegen vallen in de klasse van fermionen, deeltjes met half-tallige spin en anticommuterende statistiek. De interne symmetriegroepen van het Standaard Model beelden bosonen op bosonen en fermionen op fermionen af.

De natuurkunde wordt op microscopisch niveau beschreven door de quantummechanica, die kan worden gezien als een verfijning van de klassieke mechanica. Zij heeft verscheidene tegen-intuïtieve eigenschappen: zo kan men niet tegelijkertijd alle waarneembare grootheden met oneindige nauwkeurigheid meten, en veel grootheden kunnen slechts worden uitgedrukt in waarschijnlijkheden. Het Standaard Model is volledig in overeenstemming met de quantummechanica, en alle experimenten tot nu toe hebben de theorie tot op grote nauwkeurigheid bevestigd.

Op grote lengteschalen worden de wisselwerkingen van het Standaard Model vrijwel verwaarloosbaar: de sterke kracht is beperkt tot heel kleine afstanden; de zwakke kracht neemt exponentieel af met de afstand; en hoewel de elektromagnetische kracht een oneindig bereik heeft, is alle materie ruwweg elektrisch neutraal. Hierdoor wordt de zwaartekracht de

¹De verhouding tussen de zwaartekracht en de elektrische kracht tussen een proton en een elektron is 10^{-40} .

overheersende kracht op grote afstanden.

De zwaartekracht wordt beschreven door de Algemene Relativiteitstheorie. De Algemene Relativiteitstheorie is erop gebaseerd dat ruimte en tijd samengaan in de zogenaamde ruimte-tijd, dat materie een gekromde meetkunde geeft aan de ruimte-tijd, en dat deze krommingen op hun beurt bepalen hoe materie zich door de ruimte-tijd voortbeweegt. Men kan ook proberen de Algemene Relativiteitstheorie te formuleren als een ijktheorie: in dit geval een ijktheorie van ruimte-tijdsymmetrieën, algemene coördinatentransformaties geheten, in plaats van interne symmetrieën. Het bijbehorende ijkveld heet in dit geval het graviton. De Algemene Relativiteitstheorie is een volledig klassieke theorie, en zij is tot nu toe goed in overeenstemming gebleken met alle experimentele waarnemingen, van planetaire tot en met kosmologische lengteschalen.

Aan de hierboven geschetste tweedeling van de natuurkunde in de macroscopische Algemene Relativiteitstheorie en het microscopische Standaard Model zit een aantal haken en ogen. Zo heeft de Algemene Relativiteitstheorie enkele merkwaardige eigenschappen. Allereerst zijn er oplossingen van de klassieke veldvergelijkingen die zwarte gaten worden genoemd. Deze zwarte gaten hebben als generieke eigenschap dat de ruimte-tijd singulariteiten bevat in de buurt waarvan het zwaartekrachtsveld oneindig sterk wordt. Dit ondergraaft de aanname dat de zwaartekracht verwaarloosd zou kunnen worden op kleine lengteschalen: hierdoor wordt het noodzakelijk om de zwaartekracht quantummechanisch te beschrijven.

Men veronderstelt dat de meeste van de ruimte-tijdsingulariteiten verborgen zijn achter zogenaamde gebeurtenishorizonnen: dit zijn oppervlakken van waarachter het zelfs voor licht onmogelijk is om terug te keren. Er wordt dan ook vermoed dat singulariteiten niet direct waarneembaar zijn. Het gedrag van deeltjes in de buurt van zulke gebeurtenishorizonnen is quantummechanisch gezien echter problematisch, aangezien het eenrichtingskarakter van een gebeurtenishorizon de waarschijnlijkheidsinterpretatie van de quantummechanica verstoort. Een karakteristiek gevolg hiervan zijn de zogenaamde informatieparadoxen.

Hoewel de energieschalen die noodzakelijk zijn om het microscopische gedrag van de zwaartekracht te kunnen onderzoeken niet in laboratoriumexperimenten gerealiseerd worden, traden zulke energieschalen in het vroege universum wel degelijk op. Voor een goed begrip van de kosmologie is dan ook een betere beschrijving van de zwaartekracht op kleine lengteschalen noodzakelijk. Hieraan gerelateerd is het probleem van de kosmologische constante, een parameter van de Algemene Relativiteitstheorie waarvoor het Standaard Model een waarde voorspelt die vele orden van grootte hoger ligt dan de experimenteel vastgestelde waarde.

Om bovengenoemde problemen op te kunnen lossen is het noodzakelijk om een theorie voor de quantumzwaartekracht te ontwikkelen. Het quantiseren van een klassieke wisselwerkingstheorie is echter een ingewikkelde zaak. Een eerste stap in de goede richting is de quantummechanische beschrijving van deeltjes in een klassiek krachtenveld. Dit wordt vaak de eerste quantisatie genoemd. Voor de elektromagnetische kracht ontstond zo'n semi-klassieke theorie in de jaren twintig van de vorige eeuw toen onder andere de aard van zwarte-lichamenstraling en de oorsprong van de energieniveaus van het waterstofatoom werden ont-

dekt. In de laatste decennia van de vorige eeuw werd de quantummechanische beschrijving van deeltjes in een zwaartekrachtsveld beschreven. In het bijzonder werd het proces van Hawking-straling en de microscopische verklaring van de wanorde van zwarte gaten ontdekt.

De volgende stap is om het krachteveld zélf op een quantummechanische manier te beschrijven: dit wordt ook wel de tweede quantisatie genoemd. Dit behelst een ingewikkelde procedure waarbij in tussenberekningen allerlei oneindigheden opduiken. Halverwege de vorige eeuw lukte het met de formulering van de quantumelektrodynamica om een eenduidige manier te vinden om zinvolle antwoorden te verkrijgen uit de berekeningen. Deze procedure wordt ook wel renormalisatie genoemd. De zwaartekracht blijkt niet op dezelfde manier te kunnen worden gequantiseerd als de elektromagnetische kracht: de oorsprong ligt uiteindelijk in de energieafhankelijkheid van de zwaartekrachtsconstante. Hierdoor wordt de zwaartekracht zeer sterk bij hoge energieën, en kunnen de oneindigheden niet meer worden weggewerkt.

In de jaren zeventig van de vorige eeuw werd er een verfijning van de Algemene Relativiteitstheorie ontdekt die zich bij hoge energieën beter gedroeg. Deze theorie wordt ook wel superzwaartekracht genoemd omdat zij een symmetrie heeft die bosonen en fermionen met elkaar weet te verbinden, een zogenaamde supersymmetrie. Supersymmetrische theorieën geven normaliter aanleiding tot minder oneindigheden en zijn makkelijker te renormaliseren. Helaas is superzwaartekracht uiteindelijk ook niet renormeerbaar gebleken. De huidige inzichten zijn dat superzwaartekracht een lage-energielimiet zou kunnen zijn van de quantumzwaartekracht, net zoals bijvoorbeeld Fermi's theorie van het beta-verval een lage-energielimiet is van het Standaard Model.

Om voorspellingen buiten het lage-energiegebied te kunnen doen, is er een methode vereist om botsingen bij hogere energieën te beschrijven. Voor de sterke wisselwerking werd deze zogenaamde S-matrixtheorie in de jaren zestig van de vorige eeuw ontwikkeld. Zij gebruikt een storingsreeks van zogenaamde Feynman-diagrammen om botsingsamplitudes te berekenen. Uiteindelijk bleken de heuristische Feynman-regels te volgen uit een actieprincipe: de Lagrangiaan van het Standaard Model. Omdat de zwakke en sterke wisselwerkingen gebaseerd zijn op grotere symmetriegroepen is de tweede quantisatie aanzienlijk ingewikkelder dan die voor de elektromagnetische kracht: de noodzakelijke wiskundige technieken werden pas in de jaren zeventig van de vorige eeuw ontwikkeld.

Een soortgelijk raamwerk voor de zwaartekracht blijkt een veralgemening van het concept van een elementair deeltje te behelzen. De gedachte is dat elementaire deeltjes zich op hele kleine lengteschalen² gedragen als snaren: het spectrum van trillingstoestanden dient dan de bekende elementaire deeltjes te bevatten. In het bijzonder bevat het spectrum van gesloten snaren een deeltje dat veel lijkt op het graviton. Omdat snaren een ruimtelijke dimensie hebben, worden de Feynman-diagrammen uit de deeltjesfysica nu vervangen door zogenaamde Riemann-oppervlakken. In de jaren tachtig van de vorige eeuw werd aangetoond dat een storingsreeks van zulke oppervlakken eindige antwoorden geeft voor botsingen van snaren bij hoge energieën. Dit kan intuïtief begrepen worden uit het feit dat de wissel-

²De karakteristieke schaal voor snaren ligt in de buurt van 10^{-33} cm.

werking tussen snaren zich niet op een gelokaliseerd punt afspeelt, maar verdeeld is over een glad oppervlak. De snaartheorie doet een aantal verrassende voorspellingen: de natuur is supersymmetrisch, en naast de bekende drie ruimterichtingen en één tijdrichting bestaan er nog zes andere ruimtelijke dimensies.

Een Lagrangiaan waaruit de botsingsregels voor snaren kunnen worden afgeleid wordt ook wel een snaarveldentheorie genoemd. Voor de eenvoudigste snaarmodellen geven de bijbehorende snaarveldentheorieën de correcte botsingsamplitudes, maar voor meer ingewikkelde snaarmodellen zijn er technische complicaties bij het formuleren van zulke Lagrangianen. Bovendien hebben dergelijke snaarveldentheorieën een veel grotere symmetriegroep dan de tot nu toe bekende quantumveldentheorieën voor elementaire deeltjes: dit leidt tot aanzienlijk grotere wiskundige complicaties bij het quantiseren van snaarveldentheorieën. Het ligt dan ook in de lijn der verwachting dat de huidige quantisatiemethoden nog verder verfijnd zullen moeten worden om tot een theorie van de quantumzwaartekracht te komen.

De klassieke veldvergelijkingen van ijktheorieën hebben veelal een aantal eindige-energieoplossingen, ook wel solitonen genoemd. Zo hebben enigszins aangepaste versies van de zwakke wisselwerking oplossingen die magnetische monopolen worden genoemd. De aanwezigheid van zulke magnetische monopolen geeft aanleiding tot een nieuwe klasse van symmetrieën, de zogenaamde dualiteiten: deze geven vaak verrassende verbanden tussen ogenschijnlijk ongerelateerde grootheden binnen een theorie, of zelfs verbanden tussen verschillende theorieën. In het laatste decennium is ook in de snaartheorie een groot aantal soliton-oplossingen gevonden. Deze oplossingen beschrijven een soort zwarte gaten met extra ruimtelijke dimensies: zo zijn er behalve solitondeeltjes ook nog snaren, membranen, en objecten van nog hogere dimensionaliteit, branen genaamd. Deze branen vormen het middelpunt van een enorm web aan dualiteiten die allerlei aspecten van snaartheorie met elkaar in verband brengen.

Tot begin jaren negentig waren er vijf snaartheorieën in omloop die op een aantal subtiële punten van elkaar verschillen. De vondst van braanoplossingen en de bijbehorende dualiteiten hebben laten zien dat deze snaartheorieën naar alle waarschijnlijkheid verschillende aspecten zijn van een allesomvattende theorie. Het totale raamwerk van snaartheorie, superzwaartekracht, alle solitonen en dualiteiten wordt ook wel M-theorie genoemd. Deze theorie staat nog in de kinderschoenen: zelfs over de betekenis van de letter M wordt nog gedebatteerd³. Veel van het huidige onderzoek naar een theorie van de quantumzwaartekracht speelt zich dan ook af rond de vraag hoe dit geschetste raamwerk verder onderbouwd zou kunnen worden.

In dit proefschrift hebben we in hoofdstuk 1 het huidige raamwerk van de snaartheorie verder uitgelegd. Vervolgens hebben we in hoofdstuk 2 een recent ontdekte dualiteit besproken: het Anti-de-Sitter/conforme veldentheorie verband. Dit is een verband tussen theorieën van de zwaartekracht binnen een bepaalde klasse van gekromde ruimten enerzijds en een speciale klasse van quantumveldentheorieën anderzijds. Dit is een zeer opmerkelijke dualiteit omdat allerlei grootheden binnen de quantumzwaartekracht kunnen worden uitgerekend

³Een veel-gemaakte grap is dat de M zowel Membraan, Mysterie als Magie kan betekenen.

met methoden die bekend zijn vanuit de elementaire-deeltjesfysica. Centraal in dit verband staat een speciale braanoplossing van snaartheorie: de zogenaamde D3-braan.

In hoofdstuk 3 hebben we ons eigen werk besproken, dat het bovengenoemde verband veralgemeniseert. We hebben laten zien dat er een soortgelijk verband bestaat tussen zwaartekrachtstheorieën in een meer algemene klasse van gekromde ruimten enerzijds en meer algemene quantumveldentheorieën anderzijds. In het bijzonder hebben we een grotere klasse van braanoplossingen bestudeerd die de D3-braan als speciaal geval bevat. Door in een geschikt gekozen coördinatenstelsel, het zogenaamde duale stelsel, de meetkunde van deze braanoplossingen in de buurt van hun gebeurtenishorizon te bestuderen, hebben we informatie over het gedrag van de duale veldentheorie weten te verkrijgen.

De gekromde ruimten die bij de bovengenoemde analyse tevoorschijn komen, worden ook wel domeinvlakken genoemd: zij beschrijven ruimten die bestaan uit verschillende domeinen die gescheiden zijn door een grensvlak waarop bepaalde grootheden op een discontinue manier van grootte veranderen. Worden de bovengenoemde discontinue oplossingen ook wel dunne domeinvlakken genoemd, oplossingen die op een continue manier interpoleren tussen verschillende grondtoestanden van de onderliggende zwaartekrachtstheorie worden dikke domeinvlakken genoemd. Aan het einde van hoofdstuk 3 hebben we uitgelegd wat de interpretatie van deze dikke domeinvlakken is binnen de duale quantumveldentheorie.

Domeinvlakken hebben zeer recentelijk nog een andere toepassing gekregen: zij maken deel uit van de in hoofdstuk 4 besproken klasse van modellen die zogenaamde braanwerelden beschrijft. De kerngedachte van deze modellen is dat ons vierdimensionale universum met zijn drie ruimterichtingen en één tijdrichting in werkelijkheid een hypervlak binnen een vijfdimensionale ruimte is. De grootte van de vijfde ruimterichting die loodrecht op deze zogenaamde braanwereld staat, kan worden gebruikt om een aantal onnatuurlijke verhoudingen binnen de vierdimensionale natuurkunde beter te begrijpen: zo is er meer inzicht gekomen in de oorsprong van de grootte van de kosmologische constante en in de onnatuurlijk grote verhouding tussen de sterktes van de zwaartekracht enerzijds en de resterende wisselwerkingen anderzijds, het zogenaamde hiërarchieprobleem.

Het is tot nu toe niet gelukt om deze braanwereldmodellen op een goede manier in een snaartheoriekader te plaatsen. Het voornaamste obstakel dat hierbij optreedt, is het realiseren van supersymmetrie in de vierdimensionale braanoplossing: dit is gerelateerd aan het vinden van de stabiele grondtoestanden van de onderliggende vijfdimensionale superzwaartekrachtstheorie. Hiervoor moeten echter eerst alle wisselwerkingen van vijfdimensionale materiemodellen met superzwaartekracht worden geclassificeerd. De scalaire velden van de verschillende materiemodellen kunnen worden geïnterpreteerd als coördinaten van een abstracte ruimte. Veel eigenschappen van deze modellen kunnen dan worden uitgedrukt in meetkundige eigenschappen van de bijbehorende ruimten van velden.

In het bijzonder geven de scalaire velden aanleiding tot een potentiaal die de vacuümstructuur bepaalt. Om supersymmetrische braanwerelden mogelijk te maken, moet deze scalaire potentiaal over een tweetal stabiele minima beschikken dat aan een aantal verdere randvoorwaarden moet voldoen. Daarnaast moet er een geschikte braanoplossing gevonden worden

die op een continue manier interpoleert tussen de twee minima. Een dergelijke analyse waarmee men (overigens vanwege andere redenen) reeds was begonnen in de jaren tachtig van de vorige eeuw, is recentelijk nog verder uitgediept, maar omvat nog steeds niet de meest algemene gevallen.

We hebben een systematische methode gebruikt om tot een startpunt te komen van waaruit de meest algemene vijfdimensionale materiekoppelingen aan superzwaartekracht kunnen worden afgeleid. Dit zogenaamde superconforme programma neemt als uitgangspunt de meest algemene groep van ruimte-tijdsymmetrieën, de superconforme groep, wat de constructie van materiekoppelingen aan superzwaartekracht aanzienlijk vereenvoudigt. De verschillende modellen die superconforme symmetrie bezitten, worden ook wel multipletten genoemd. Enerzijds is er het Weyl-multiplet: dit is het kleinste multiplet van de superconforme groep dat het graviton bevat. Anderzijds zijn er de materiemultipletten: zij wisselwerken met het Weyl-multiplet dat een vaste achtergrond van conforme superzwaartekracht realiseert. Materiekoppelingen met niet-conforme superzwaartekracht kunnen worden verkregen door de conforme symmetrieën te breken.

In hoofdstuk 5 hebben we onze resultaten omtrent de structuur van de vijfdimensionale Weyl-multipletten besproken. Het blijkt dat er twee versies van het Weyl-multiplet bestaan: het standaard Weyl-multiplet en het dilaton Weyl-multiplet. Multipletten als het standaard Weyl-multiplet komen ook in vier en zes dimensies voor, maar het dilaton Weyl-multiplet was tot nog toe alleen bekend in zes dimensies. We gebruiken een klassieke methode om de transformatieregels voor de verschillende velden af te leiden: de zogenaamde Noether-methode. In het bijzonder hebben we de multipletten van behouden Noether-stromen voor de corresponderende conforme symmetrieën geconstrueerd. Een opmerkelijk detail is dat het stromenmultiplet dat koppelt aan het standaard Weyl-multiplet stromen bevat die aan differentiaalvergelijkingen voldoen, een mechanisme dat tot nu toe alleen in tiendimensionale conforme superzwaartekracht bekend was.

Tot slot hebben we in hoofdstuk 6 onze bevindingen met betrekking tot vijfdimensionale superconforme materiemultipletten gepresenteerd. Zo hebben we zogenaamde vectormultipletten besproken: dit zijn multipletten die transformeren onder een ijkgroep en het bijbehorende ijkdeeltje bevatten. We hebben vectormultipletten geanalyseerd die op de meest algemene manier transformeren onder hun ijkgroep: de zogenaamde vector-tensormultipletten. In het bijzonder hebben we reducibele representaties beschouwd die niet volledig reducibel zijn. Deze geven aanleiding tot nog niet eerder gevonden koppelingen tussen ijkvelden en tensorvelden. De conforme symmetrieën kunnen alleen gerealiseerd worden op tensorvelden als deze voldoen aan bewegingsvergelijkingen. Door de gebruikelijke eis te laten vallen dat zulke vergelijkingen uit een actieprincipe behoren te volgen, hebben we ook vector-tensormultipletten met een oneven aantal tensorvelden kunnen formuleren.

Naast vector-tensormultipletten hebben we in hoofdstuk 6 ook hypermultipletten beschreven. Deze multipletten bevatten geen ijkdeeltjes maar wel scalaire velden. De scalaire velden spannen een vectorruimte over de quaternionen⁴ op die door het realiseren van de super-

⁴Een uitbreiding van de complexe getallen.

conforme algebra een niet-triviale meetkunde krijgt, een zogenaamde hypercomplexe meetkunde. Evenals op de tensorvelden kan de superconforme algebra alleen met behulp van bewegingsvergelijkingen op de velden van een hypermultiplet gerealiseerd worden. We hebben ook hier de gevallen beschouwd waarin deze bewegingsvergelijkingen niet volgen uit een actieprincipe. De speciale gevallen waarin er wel een actie is komen overeen met een ruimte van scalaire velden waarop een afstandsfunctie (ook wel metriek genoemd) gedefinieerd is. Hypercomplexe ruimten die een metriek bezitten worden ook wel hyper-Kähler-ruimten genoemd. Daarnaast hebben we ook de wisselwerking van hypermultipletten met de al eerder genoemde vectormultipletten geanalyseerd, waarbij ook hier gebruik is gemaakt van de meetkundige eigenschappen van de ruimte van scalaire velden. Bovendien hebben we een overzicht gegeven van de veelheid aan meetkundige grootheden die in het laatste hoofdstuk gebruikt zijn.

De door ons geconstrueerde materiekoppelingen aan conforme superzwaartekracht kunnen worden gebruikt als een startpunt om nieuwe materiekoppelingen aan niet-conforme superzwaartekracht af te leiden. Aan het einde van hoofdstuk 6 hebben we geschetst hoe dat in zijn werk gaat. Of de zo te verkrijgen nieuwe versies van vijfdimensionale superzwaartekracht ook daadwerkelijk zodanig gewijzigde scalaire potentialen bezitten dat supersymmetrische braanoplossingen gevonden kunnen worden, blijft een vraag die door toekomstig onderzoek beantwoord zal moeten worden.

