

Samenvatting

Sinds de geboorte van de deeltjesfysica, na de ontdekking van het elektron door Thomson in 1897, is er enorme vooruitgang geboekt in de beschrijving van waarneembare processen in de natuur. Om het gedrag van deeltjes te kunnen verklaren op (sub)atomaire schaal, werd omstreeks 1920 de quantummechanica ontwikkeld. Men realiseerde zich, afgaand op de uitkomsten van experimenten, dat alle deeltjes een fundamentele eigenschap bezitten: genaamd 'spin'. De waarde hiervan splitst de deeltjes in twee klassen: bosonen en fermionen, elk met zeer specifieke eigenschappen. Enige tijd daarvoor, in 1905, revolutioneerde Einstein ons denken over ruimte en tijd met zijn speciale relativiteitstheorie. Deze theorie liet zien hoe de concepten ruimte en tijd zijn verweven en niet apart kunnen worden beschouwd. Een combinatie van deze twee theorieën leidde omstreeks 1970 uiteindelijk tot het Standaard Model, dat perfect in staat bleek om de wisselwerkingen te beschrijven tussen de elementaire deeltjes die de bouwstenen vormen van alle observeerbare materie in het universum. Het Standaard Model beschrijft drie soorten fundamentele interacties: de elektromagnetische, de zwakke en de sterke wisselwerking. Het begrip ijk-symmetrie speelt hierbij een belangrijke rol. Door het lokaal maken van deze symmetrie, dat wil zeggen het invoeren van een coördinaatafhankelijke transformatieparameter, worden spin-1-ijkdeeltjes ingevoerd die krachten kunnen overbrengen tussen twee deeltjes. Het bekendste voorbeeld is het foton, dat het elektromagnetisch veld tussen twee geladen deeltjes veroorzaakt, waardoor deze deeltjes elkaar aantrekken of afstoten afhankelijk van hun ladingen. Op vergelijkbare wijze worden de overige fundamentele krachten 'gedragen' door respectievelijk de W/Z-bosonen en de gluonen. Alhoewel het Standaard Model met zeer grote precisie experimenteel bevestigd is, is er een aantal discrepanties. Zo is het Higgs-deeltje, dat nodig is om massa's te geven aan de andere elementaire deeltjes, nog niet gevonden.⁸ Een ander bezwaar is de noodzaak voor 19 ad-hocparameters — onder andere de massa's van de elementaire deeltjes — die niet theoretisch kunnen worden bepaald, terwijl in een fundamentele theorie alles uit basisprincipes zou moeten volgen.

Een andere grootse prestatie in de 20e eeuw was Einsteins algemene relativiteitstheorie, die de vierde fundamentele kracht voor zijn rekening neemt: zwaartekracht. Deze theorie werd geconstrueerd in 1914 in een poging de grondbeginselen van de speciale relativiteit te implementeren in Newtons zwaartekrachttheorie en vergrootte ons begrip van de samenhang van ruimte en tijd. Enkele successen waren bijvoorbeeld de voorspellingen van kleine afwijkingen van planeetbanen en de buiging van licht langs massieve objecten. Van meer speculatieve aard zijn de voorspellingen van zwarte gaten en zwaartekrachtsgolven, die beide slechts indirect zijn gever-

⁸Men hoopt dat de nieuwe LHC-versneller hier in 2006 uitsluitsel over zal kunnen geven.

kracht	ijkdeeltje	werkt op	bereik	relatieve sterkte
sterke nucleaire kracht	gluon	quarks	nucleaire afstanden	20
elektromagnetisme	foton	geladen deeltjes	oneindig	1
zwakke nucleaire kracht	W- of Z-boson	quarks en leptonen	nucleaire afstanden	10^{-7}
zwaartekracht	graviton?	massieve deeltjes	oneindig	10^{-36}

Tabel C.2: De vier fundamentele krachten. De relatieve sterktes zijn gebaseerd op twee wisselwerkende up-quarks, op een afstand van 10^{-18} m van elkaar [1].

fieerd. Tevens konden voorspellingen worden gedaan over de evolutie van ons heelal. Alhoewel de theorie de interacties tussen massieve objecten perfect kan verklaren op relatief grote lengteschaal, gaat er iets mis wanneer men probeert algemene relativiteit te beschrijven in het gebied waar de quantummechanica heerst. Aangezien de zwaartekrachtseffecten op kleine schaal verwaarloosbaar zijn ten opzichte van de andere drie fundamentele krachten, zie tabel C.2, is het niet verwonderlijk dat de algemene relativiteitstheorie slechts is getest tot een afstand van ongeveer 1 millimeter. Een poging om zwaartekracht te beschrijven met de standaard kwantisatiemethoden, die ook werden gebruikt voor het Standaard Model, faalde. De theorie kampte met oneindigheden vanwege een niet-dimensieloze koppelingsconstante $\kappa = 8\pi G/c^4$, waardoor de theorie ongeschikt is om storingsrekening op toe te passen. De typische lengteschaal waar onze klassieke ideeën over zwaartekracht en de ruimte-tijd hun geldigheid verliezen wordt gegeven door de Planck-lengte:

$$\ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 4.1 \cdot 10^{-35} \text{ m}, \quad (\text{C.91})$$

waarbij \hbar de constante van Planck is, G Newtons zwaartekrachtsconstante en c de lichtsnelheid.

Samenvattend, aan beide uiteinden van het schaal spectrum hebben we twee succesvolle theorieën die niet verenigbaar lijken te zijn. De oplossing zou gegeven moeten worden door een theorie van ‘quantumzwaartekracht’, die alle vier de fundamentele krachten omvat. De zoektocht naar deze geunificeerde theorie is het hoofddoel geweest van de hoge-energiefysica gedurende de laatste twintig jaar.

Een gedeeltelijk succes werd bereikt in 1976 door de ontdekking van superzwaartekracht; een uitbreiding van de algemene relativiteitstheorie die zich beter gedroeg bij hoge energieën, vanwege een gedeeltelijk tegen elkaar wegvallen van oneindigheden. Het cruciale ingrediënt hierbij was supersymmetrie, een symmetrie tussen bosonen en fermionen die voorspelt dat voor iedere boson in de natuur een corresponderend fermionisch deeltje bestaat, en visa versa. De ijktheorie van supersymmetrie wordt gegeven door superzwaartekracht. Het spin-2-ijkdeeltje dat verantwoordelijk is voor het overdragen van de zwaartekracht wordt het graviton genoemd. Zijn supersymmetrische partner is het zogenaamde gravitino. Om deze deeltjes te meten zijn echter energieën nodig die ver buiten het bereik liggen van hedendaagse (en toekomstige) versnellers.

De meest veelbelovende kandidaat tot op heden is de supersnarentheorie. Snarentheorie veronderstelt dat alle deeltjes gerepresenteerd worden door trillingstoestanden van een snaar met een typische lengte ℓ_S in de orde van de Planck lengte ℓ_P . Eén van de trillings toestanden bleek

een massaloos spin-2-deeltje te beschrijven dat zich gedraagt als een graviton. Vervolgens werd gevonden dat de lage-energielimit van supersnarentheorie wordt gegeven door superzwaartekracht. Alhoewel deze laatste niet vrij van oneindigheden was gebleken, is er een intuïtieve reden waarom supersnarentheorie dat vermoedelijk wel is. Deze oneindigheden treden namelijk meestal op in singuliere punten. Echter, een snaartje dat beweegt in de ruimte-tijd bestrijkt een tweedimensionaal oppervlak, in tegenstelling tot een lijn voor een puntdeeltje. Precies dit feit zorgt ervoor dat de interacties tussen snaren niet in één singulier punt plaatsvinden, maar verspreid zijn over een kleine ruimte. Helaas heeft ook deze theorie haar nadelen. Snarentheorie is alleen perturbatief gedefinieerd, met andere woorden: verstrooiingsamplitudes worden uitgedrukt als een oneindige reeks in machten van de snarenkoppelingsconstante g_S , die geassocieerd wordt met de 'Feynman diagrammen' van snarentheorie. De grootste tegenslag was het bestaan van maar liefst vijf supersnarentheorieën, terwijl men hoopte op één unieke theorie van quantumzwaartekracht. Enkele jaren geleden veranderde dit, door de ontdekking van dualiteiten, die verschillende energieregimes van verschillende theorieën met elkaar relateerden. Een belangrijke rol was hierbij weggelegd voor zogenaamde braanoplossingen van snarentheorie. Dit zijn solitonische membraanachtige oplossingen die kunnen worden gezien als hogerdimensionale generalisaties van snaren. De vijf op het eerste gezicht verschillende theorieën en hun braanoplossingen bleken hierdoor gerelateerd door een web van dualiteiten. Dit suggereerde echter dat de vijf supersnarentheorieën allemaal een andere limiet vormden van één fundamentele theorie, genaamd 'M-theorie'. Veel is helaas nog niet bekend over deze theorie. Echter, door de lage-energielimiten van M-theorie en de vele dualiteiten hiertussen te bestuderen, komen we hopelijk steeds een stapje dichterbij een geunificeerde theorie.

We zullen nu een korte beschrijving geven van de onderwerpen die in dit proefschrift aan bod komen. In hoofdstuk 1 beschrijven we het raamwerk van snarentheorie en superzwaartekracht, om de in dit proefschrift behandelde onderwerpen in een context te kunnen plaatsen. Hoofdstuk 2 bevat de motivatie voor het onderzoek dat in het resterend deel van deze dissertatie wordt behandeld. De hoofdmotivatie is het concept 'braanwerelden', waarbij ervan wordt uitgegaan dat ons vierdimensionaal universum kan worden gerepresenteerd als een vierdimensionale braanoplossing in vijf ruimte-tijd dimensies. Dit type modellen werd gebruikt om verscheidene problemen in de kosmologie op te lossen; bijvoorbeeld het kosmologische-constanteprobleem en het hiërarchieprobleem. De branen die in dergelijke modellen worden gebruikt splitsen de ruimte-tijd in twee gebieden en worden domeinvlakken genoemd. Een supersymmetrische versie is echter niet gemakkelijk te construeren; de domeinvlakken moeten aan bepaalde voorwaarden voldoen om de juiste vacuümstructuur van de vijfdimensionale ruimte-tijd te kunnen beschrijven. Het bepalen van alle mogelijke domeinvlakkandidaten vereist een goede kennis van materie koppelingen in de vijfdimensionale superzwaartekrachttheorie. De scalarvelden die in dergelijke theorieën voorkomen, blijken te kunnen worden opgevat als coördinaten van een manifold. De potentiële energie van deze deeltjes wordt gegeven door de scalaire potentiaal, welke een functie is van alle scalaren van de manifold. De vacuümstructuur van de vijfdimensionale ruimte-tijd wordt bepaald door de minima van de scalaire potentiaal en de geometrische eigenschappen van de scalaire manifold.

De vijfdimensionale materiegekoppelde superzwaartekrachttheorie is een speciaal geval van een geijkte superzwaartekrachttheorie, dat wil zeggen een superzwaartekrachttheorie waar één of meer globale symmetrieën lokaal zijn gemaakt. Eén manier om dergelijke theorieën te con-

strueren, is door middel van dimensionele reductie. Men begint hiertoe met een hogerdimensionale superzwaartekrachttheorie en ‘rolt’ enkele extra dimensies op om effectief te eindigen met een superzwaartekrachttheorie in een lagere ruimte-tijd-dimensie. Een uitbreiding van deze methode wordt ‘algemene dimensionele reductie’ genoemd; hierbij benut men een symmetrie van een theorie om massa’s te verkrijgen in lagere dimensies. In dit geval zal de gebruikte symmetrie verschijnen als een geijkte symmetrie van de gereduceerde theorie. Wanneer deze techniek wordt toegepast op superzwaartekrachttheorie, kan men geijkte superzwaartekrachttheorieën construeren. Een algemene inleiding tot het onderwerp dimensionele reductie wordt gegeven in hoofdstuk 3, waarna deze techniek in hoofdstuk 4 zal worden toegepast op superzwaartekracht in tien en elf dimensies.

De overige hoofdstukken 5, 6 en 7 geven een tweede manier om geijkte superzwaartekracht te verkrijgen: het drie-stappen superconforme programma. We gebruikten dit programma voor de constructie van een algemenere materiegekoppelde vijfdimensionale Poincaré-superzwaartekrachttheorie dan momenteel bekend in de literatuur. De ruimte-tijdsymmetrieën van Poincaré-superzwaartekracht worden gegeven door translaties en rotaties, die deel uitmaken van de super-Poincaré-groep. Het conforme programma breidt deze groep uit tot de grootste groep van ruimte-tijdsymmetrieën, namelijk de superconforme groep. Door het invoeren van extra symmetrieën bevat de corresponderende superzwaartekrachttheorie meer structuur en is derhalve gemakkelijker te analyseren.

De eerste stap van het programma wordt behandeld in hoofdstuk 5, waar de constructie en ijking van de vijfdimensionale superconforme algebra wordt beschreven. Dit resulteert in het zogenaamd ‘Standaard Weyl-multiplet’; dit is de minimale representatie van de superconforme algebra die het graviton bevat. De superconforme achtergrondvelden worden gegeven door de velden in dit Weyl-multiplet.

De tweede stap is het onderwerp van hoofdstuk 6, waar we verscheidene materiemultipletrepresentaties van de superconforme algebra construeren, inclusief hun acties en supersymmetrietransformatieregels in de achtergrond van de Weyl-multipletvelden. Het betreft hier voornamelijk vector-tensormultipletten en hypermultipletten. Beide bevatten scalaire deeltjes die aanleiding geven tot interessante geometrie op de bijbehorende scalaire manifolds.

De laatste stap wordt gegeven in hoofdstuk 7. Hier wordt de superconforme algebra weer teruggebracht naar de super-Poincaré-algebra door het kiezen van geschikte ijkeuzes voor de niet-Poincaré-symmetrieën. Door het kiezen van de juiste ijk vinden we vijfdimensionale materiegekoppelde Poincaré-superzwaartekracht die in tal van toepassingen kan worden gebruikt, zoals beschreven in hoofdstuk 2. Ten slotte geven we in appendices A–C onze conventies en enige extra informatie over de eigenschappen van de scalaire manifolds die gegenereerd worden door de hypermultipletkoppelingen.