

University of Groningen

Perturbations and eigenvectors

Dietzenbacher, Hendrikus Wilhelmus Andreas

IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

Document Version

Publisher's PDF, also known as Version of record

Publication date:

1991

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

Citation for published version (APA):

Dietzenbacher, H. W. A. (1991). *Perturbations and eigenvectors: Essays*. s.n.

Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

SAMENVATTING

Dit proefschrift bundelt dertien afzonderlijke, en voor een deel reeds eerder gepubliceerde, artikelen. Deze worden voorafgegaan door een proloog waarin de doelstellingen en een daarbij passende, veelgebruikte methode, alsmede het ontstaan van beiden, worden uiteengezet. De reeks artikelen wordt afgesloten met een epiloog waarin, naast een samenvatting van de behaalde resultaten, drie richtingen voor verder onderzoek nader worden uitgewerkt.

Het doel van de studie is tweeledig. Ten eerste, het beantwoorden van elementaire vragen met betrekking tot de gevolgen van zogenaamde perturbaties voor de uitkomsten van economische modellen, waarbij perturbaties specifieke veranderingen, verstoringen of meetfouten in het onderliggende datamateriaal of in de parameters zijn. Ten tweede, het aangeven van het belang en de toepasbaarheid van Perron vectoren (dat zijn de eigenvectoren behorende bij de grootste eigenwaarde van een matrix) voor economische modellen.

Ruwweg beschouwd zijn ook de resultaten tweeledig. Allereerst wordt er een nieuw, analytisch hulpmiddel voor het onderzoeken van de gevolgen van perturbaties voorgesteld op basis van Perron vectoren. Daarnaast worden er drie andere nieuwe toepassingen van Perron vectoren geïntroduceerd.

Het analytische hulpmiddel bestaat in essentie uit een enkele stelling die aangeeft welk(e) element(en) van de Perron vectoren procentueel het meest toenemen (of het minst afnemen) tengevolge van een perturbatie in de onderliggende matrix. De meest elementaire vorm van deze stelling wordt in Hoofdstuk 1 besproken en werd voor het eerst gepresenteerd door Elsner, Johnson en Neumann in 1982. De door hen beschouwde perturbaties zijn echter van een dusdanig beperkte vorm, dat de toepasbaarheid van de stelling voor economische modellen uiterst gering is. In het onderhavige proefschrift worden een aantal uitbreidingen van bovenstaande stelling bewezen. Met deze uitbreidingen blijkt het

mogelijk te zijn de gevolgen te analyseren van vrijwel iedere vorm van perturbaties in economische modellen.

Deze toepassingen vormen het centrale thema van de Hoofdstukken 3 tot en met 9. Daarbij kunnen drie categorieën worden onderscheiden. De eerste categorie omvat de directe toepassingen op modellen waarin Perron vectoren op de een of andere wijze voorkomen. In de tweede categorie vallen de indirecte toepassingen. Deze hebben betrekking op modellen waarin Perron vectoren weliswaar voorkomen, maar waarbij een directe toepassing van de uitgebreide stellingen niet mogelijk is of inhoudsloze beweringen oplevert. Dit is bijvoorbeeld het geval indien men de Perron vectoren van het produkt van een aantal matrices beschouwt. Een elementaire perturbatie in een van de samenstellende matrices kan dan tot gevolg hebben dat alle elementen van het produkt veranderen. Tot de derde categorie behoren de toepassingen op modellen waarin Perron vectoren niet voorkomen. Voor een aantal van deze modellen blijkt het mogelijk het bestaande 'open' model op een kunstmatige wijze te 'sluiten'. Het 'open' model wordt zodanig herschreven dat er een eigensysteem ontstaat. De oplossing van het oorspronkelijke 'open' model maakt deel uit van de Perron vector(en) van het kunstmatig 'gesloten' model. In het onderstaande wordt per categorie kort aangegeven welke toepassingen in de diverse hoofdstukken worden beschouwd.

De directe toepassingen omvatten de gevolgen van technische veranderingen voor de prijzen in Marx's model met vlottend kapitaal (Hoofdstuk 4), de gevoeligheid van de limietverdeling in eindige, ergodische Markov-ketens met betrekking tot de overgangswaarschijnlijkheden (Hoofdstuk 6), de gevolgen van veranderingen in de geboortecijfers en in de overlevingsfracties voor de asymptotisch stabiele leeftijdsopbouw in demografische populatiemodellen die gebaseerd zijn op een projectiematrix (Hoofdstuk 6), en de gevolgen van een wijziging in de vruchtbaarheid van een bepaalde inkomensklasse voor het percentage van de kinderen dat (in de evenwichtssituatie) in deze klasse geboren wordt in Lam's model voor bevolkingsgroei (Hoofdstuk 7).

Tot de indirecte toepassingen behoren de gevolgen van perturbaties voor het gebalanceerde groeipad voor verschillende vormen van een dynamisch Leontief model (Hoofdstuk 3), en de gevolgen van perturbaties voor Seton's eigenprijzen (Hoofdstuk 5).

De toepassingen op modellen waarin Perron vectoren niet voorkomen betreffen de gevolgen van technische veranderingen voor de prijzen in het model van Sraffa (Hoofdstuk 3), de gevolgen van perturbaties voor de produktie in het

statische open input-output model (Hoofdstuk 3), de gevolgen van de introductie en van het wijzigen van belastingen en subsidies, eveneens in het statische open input-output model (Hoofdstuk 3), de gevoeligheid van de verwachte eerste doorkomsttijden met betrekking tot de overgangswaarschijnelijkheden in een eindige, ergodische Markov-keten (Hoofdstuk 6), de gevolgen van perturbaties voor de asymptotisch stabiele leeftijdsopbouw voor demografische populatiemodellen indien rekening gehouden wordt met immigratie (Hoofdstuk 6), de gevolgen van veranderingen in de parameters voor de totale regionale werkgelegenheid en de totale regionale bevolkingsomvang in het ruimtelijke allocatiemodel van Garin en Lowry (Hoofdstuk 8), de gevolgen van diverse soorten fouten voor verschillende multiplicatoren in een input-output model (Hoofdstuk 9).

De resultaten in de afzonderlijke hoofdstukken zijn voor een deel volledig nieuw. Daar waar de resultaten zelf reeds in een of andere vorm bekend zijn, wordt een vereenvoudigd bewijs, een generalisatie, of een sterkere bewering gepresenteerd. Alle resultaten op de vele beschouwde terreinen worden op een uniforme wijze verkregen.

Het bestuderen van de gevolgen van perturbaties beantwoordt uiteraard aan de eerste doelstelling. Aangezien dit geschiedt met behulp van Perron vectoren (ook indien de modelformuleringen geen eigenvectoren bevatten) heeft het bestuderen tevens betrekking op de tweede doelstelling. Naast de toepassing van Perron vectoren als analytisch hulpmiddel worden drie andere nieuwe toepassingen gegeven.

In Hoofdstuk 11 wordt een nieuwe interpretatie van de elementen van de Perron vectoren geïntroduceerd. Er wordt aangetoond hoe de elementen van de linker Perron vector van de input matrix beschouwd kunnen worden als indicatoren voor de achterwaartse interdependenties tussen de produktiesectoren in een economie. Evenzo kunnen de elementen van de rechter Perron vector van de output (of allocatie) matrix opgevat worden als indicatoren voor de voorwaartse interdependenties. De voordelen van deze alternatieve interdependentie maatstaven worden besproken aan de hand van een empirische analyse voor Nederland over de jaren 1948-84.

Maatstaven voor de interdependenties tussen produktiesectoren in een economie spelen een belangrijke rol in de bepaling van zogenaamde sleutelsectoren. In de literatuur over de produktiestructuur (in de context van multisector modellen) vormen interdependentie-maatstaven en sleutelsectoren

een afzonderlijke stroming. Een andere stroming richt zich op het vinden van een driehoekige blokvorm van de nullen in een input matrix middels een geschikte permutatie van de sectoren. Zo'n driehoeksvorm duidt op een hiërarchische produktiestructuur. Dit komt aan bod in de tweede nieuwe toepassing. In Hoofdstuk 12 (en ook in Paragraaf 15.3.2) wordt aangetoond dat zulk een driehoeksvorm, indien deze aanwezig is, opgespoord kan worden aan de hand van de nullen in de linker en de rechter Perron vector van de input matrix. Een algoritme, met behulp waarvan een bestaande driehoeksvorm gevonden kan worden wordt ontwikkeld op basis van de Perron vectoren.

Hoofdstuk 13 presenteert een input-output model voor twee landen, waarin de handelsstromen tussen beide landen expliciet worden opgenomen. Het model is een uitbreiding van de 'gesloten vorm' van het open statische input-output model, en bevat een hoeveelheids- en een prijszijde. De eigenschappen van de Perron vectoren bepalen voor een belangrijk deel de prijszijde van het model in geval van unilaterale handel.

Uit het voorafgaande moge blijken dat de Hoofdstukken 3 tot en met 9 de kern van het proefschrift vormen, in die zin dat zij betrekking hebben op zowel perturbaties als eigenvectoren. Hoofdstuk 14 sluit hier nauw bij aan. Daarin wordt namelijk aangetoond dat eenzelfde aanpak, als gevolgd in de Hoofdstukken 3-9, gebruikt kan worden voor het bestuderen van de gevolgen van aggregatie voor de Perron vectoren. De zo gevonden resultaten kunnen wederom op sommige economische modellen rechtstreeks worden toegepast, terwijl zij voor andere economische modellen een analytisch hulpmiddel vormen.

De Hoofdstukken 11, 12 en 13 hebben alleen betrekking op de Perron vectoren, en de Hoofdstukken 2 en 10 beschouwen alleen perturbaties. Hoofdstuk 2 volgt de gebruikelijke aanpak bij de analyse van de gevolgen van perturbaties in een input matrix voor de zogenaamde Leontief inverse, echter vanuit het oogpunt van de gebruiker. De Hoofdstukken 9 en 11 maken, naast de input matrix, gebruik van de output (of allocatie) matrix. Hoofdstuk 10 bestudeert de relatie tussen beide matrices, met name in het kader van respectievelijk het vraag-bepaalde en het aanbod-bepaalde input-output model. De gevolgen van een zeer specifieke perturbatie worden geanalyseerd, in die zin dat voorwaarden worden afgeleid voor het bepalen van correcte oplossingen terwijl onjuiste vooronderstellingen worden gehanteerd.