University of Groningen

Hoe Zeker is Heisenbergs Onzekerheidsprincipe?

Peijnenburg, Jeanne; Atkinson, David

Published in:
Algemeen Nederlands tijdschrift voor wijsbegeerte

DOI:
[10.5117/ANTW2021.1.006.PEIJ](https://doi.org/10.5117/ANTW2021.1.006.PEIJ)

IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

Publication date:
2021

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

Citation for published version (APA):
Peijnenburg, J., & Atkinson, D. (2021). Hoe Zeker is Heisenbergs Onzekerheidsprincipe? *Algemeen Nederlands tijdschrift voor wijsbegeerte*, 113(1), 137-156. <https://doi.org/10.5117/ANTW2021.1.006.PEIJ>

Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

Hoe zeker is Heisenbergs onzekerheidsprincipe?

Jeanne Peijnenburg en David Atkinson

ANTW 113 (1): 137–156

DOI: 10.5117/ANTW2021.1.006.PEIJ

Abstract

How certain is Heisenberg's uncertainty principle?

Heisenberg's uncertainty principle is at the heart of the orthodox or Copenhagen interpretation of quantum mechanics. We first sketch the history that led up to the formulation of the principle. Then we recall that there are in fact two uncertainty principles, both dating from 1927, one by Werner Heisenberg and one by Earle Kennard. Finally, we explain that recent work in physics gives reason to believe that the principle of Heisenberg is invalid, while that of Kennard still stands.

Keywords: uncertainty principle, quantum mechanics, Planck, Heisenberg, Kennard, Ozawa

1 Inleiding

In het algemeen kunnen we natuurkundige processen observeren en meten zonder ze daarmee te veranderen. Als ik de snelheid wil meten van een weggeschopte bal, dan bepaal ik eerst de posities van de bal op twee verschillende tijdstippen, en dit leert me vervolgens de impuls, dat is de massa maal de snelheid in een bepaalde richting. Noch de positie, noch de impuls van de bal wordt noemenswaardig veranderd door mijn observatie of meting.

Zoals bekend ligt dit anders in de submicroscopische wereld van fundamentele deeltjes. Stel dat ik de positie wil bepalen van bijvoorbeeld een elektron. Om het elektron te kunnen zien, leg ik het onder een verlichte microscoop, wat betekent dat ik een lichtdeeltje, een foton, op het

elektron afschiet. Hoe meer energie het foton heeft, hoe krachtiger de botsing met het elektron, en hoe nauwkeuriger de positie van het elektron kan worden bepaald. Maar ook, en dit is het slechte nieuws, hoe meer verandering er zal optreden in de impuls van het elektron als gevolg van de terugslag die de botsing veroorzaakt. Bij een minder energetisch foton is de terugslag kleiner en de verstoring van de impuls geringer. Deze geringere verstoring in de impuls gaat echter ten koste van de nauwkeurigheid in de meting van de positie. Het is daarom principieel onmogelijk om zowel de positie als de impuls van een elektron op één en hetzelfde tijdstip nauwkeurig te bepalen.

Dit is in een notendop het onzekerheidsprincipe of de onzekerheidsrelatie van Werner Heisenberg. Sinds hij in 1927 dit principe introduceerde, is het een niet weg te denken onderdeel van de orthodoxe Kopenhagen-interpretatie van kwantummechanica. Recent onderzoek heeft echter uitgewezen dat er goede redenen zijn om aan Heisenbergs principe te twijfelen. Om er één te noemen: de metingen van zwaartekrachtgolven waarvoor Weiss, Barish en Thorne in 2017 de Nobelprijs kregen, waren onmogelijk geweest als deze drie natuurkundigen positie en impuls hadden proberen te meten volgens Heisenbergs principe. Zoals we zullen zien is het principe van Heisenberg routinematig verward met een ander onzekerheidsprincipe, ook uit 1927, dat *wel* geldig is maar dat weinig met Heisenbergs meetprobleem te maken heeft.

De opbouw is als volgt. In paragraaf 2 beschrijven we de achtergrond van Heisenbergs onzekerheidsprincipe, en de natuurkundige vraagstukken die leidden tot de ontdekking ervan. Paragraaf 3 is gewijd aan het principe zelf, en aan de kritiek erop van Heisenbergs mentor, Niels Bohr (1885-1962). In paragraaf 4 wordt duidelijk dat er in feite *twee* onzekerheidsrelaties bestaan, een van Heisenberg (1901-1976) en een van de Amerikaanse fysicus Earle Hesse Kennard (1885-1968). Lange tijd werd het verschil ofwel niet gezien ofwel gebagatelliseerd, maar ruim dertig jaar geleden hebben Jan Hilgevoord en Jos Uffink overtuigend betoogd dat er een belangrijk onderscheid tussen beide bestaat. De Japanse fysicus Masanao Ozawa, wiens werk wordt besproken in paragraaf 5, gaat nog een stap verder. In een artikel uit 2003 betoogt hij dat Heisenbergs onzekerheidsrelatie ongeldig is en dat alleen Kennards principe deugt. Ofschoon niet iedereen dat standpunt onderschrijft, zullen we zien dat recent empirisch onderzoek Ozawa's conclusie blijkt te ondersteunen.

2 Voorgeschiedenis

In 1804 leek het debat tussen Christiaan Huygens en Isaac Newton over de aard van het licht te zijn beslecht ten gunste van Huygens. In dat jaar publiceerde de Engelsman Thomas Young een cruciaal experiment waaruit bleek dat licht niet bestond uit deeltjes, zoals Newton had beweerd, maar uit golven, wat Huygens' hypothese was.¹ Gedurende de hele negentiende eeuw zou vrijwel iedereen aannemen dat licht een golfverschijnsel was.

Aan die aanname kwam een eind in 1900, toen de 42-jarige Duitse fysicus Max Planck zijn artikel 'Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum' publiceerde. 'Normalspectrum' slaat hier op de frequentie van straling uit zwarte lichamen, objecten die alle licht dat op ze valt absorberen en die dus geen licht reflecteren. De straling die deze lichamen uitzenden is louter afhankelijk van hun temperatuur, en varieert van de lange radiogolven, microgolven en infrarode golven, tot de middellange golven van zichtbaar licht (in alle kleuren van de regenboog), de korte ultraviolette golven, en de nog kortere röntgen- en gammagolven. Rond 1860 had James Clerk Maxwell aangetoond dat al deze golven, met hun bijbehorende frequenties, in feite elektromagnetische verschijnselen waren. Sindsdien waren er vele succesvolle metingen gedaan naar afzonderlijke soorten en hoeveelheden straling bij verschillende golflengtes. Wat echter ontbrak was één algemene formule voor *alle* delen van het normaalspectrum, een formule die alle metingen kon verklaren en waaruit men de distributie van alle straling in het gehele spectrum kon aflezen. Plancks artikel uit 1900 gaf precies die formule.

Tevens bood Planck een oplossing voor de zogenaamde ultravioletcatastrofe, de paradox die ontstaat als men de wetten van de klassieke fysica combineert met de vergelijkingen van Maxwell. Sir James Jeans en Lord Rayleigh hadden op basis van de Maxwell-vergelijkingen en de klassieke statistische mechanica berekend dat, als je een lichaam verhit, het bij hogere frequenties meer en meer energie uitstraalt zonder dat een bovengrens wordt bereikt. Dat zou betekenen dat de totale hoeveelheid energie oneindig is – een absurde conclusie.

Plancks aanpak vermijdt die absurditeit, maar heeft een prijs: men moet opgeven dat elektromagnetische straling zich simpelweg in golven manifesteert. In de plaats daarvan moet men aannemen dat elektromagnetische straling uitgezonden wordt in discrete pakketjes: de kwanta, later fotonen

1 Het experiment staat bekend als Youngs spleten; zie Young 1804.

geheten. Ieder afzonderlijk kwantum heeft een bepaalde frequentie, en hoe hoger de frequentie, hoe meer energie dat kwantum heeft. De kwanta in ultraviolette straling, bijvoorbeeld, en zeker die in röntgen- of gammastraling, zijn heel energetisch. Het aantal van zulke energetische kwanta is echter relatief klein, zodat de hoeveelheid hoog-energetische straling die vrijkomt bij verhitting van een lichaam beperkt is. De paradox van de ultravioletcatastrofe is daarmee opgelost.

Planck ontdekte dat alle experimentele resultaten omtrent elektromagnetische straling verklaard worden als men aannam dat de energie van ieder kwantum gelijk is aan een constante maal de frequentie van het kwantum, oftewel

$$E = h\nu,$$

waar E staat voor de energie van het lichtkwantum, ν voor de frequentie, en de constante h het verband tussen E en ν uitdrukt.²

Voor Planck zelf was het een verrassing dat zijn formule naadloos paste bij de metingen. Opgevoed als hij was in de klassieke natuurkunde, met het algemeen aanvaarde idee dat licht uit golven bestond, stond hij aanvankelijk terughoudend tegenover zijn eigen hypothese over licht als eindige pakketjes. Het was de perfecte en onverwachte *fit* tussen zijn hypothese en de experimentele resultaten die hem er uiteindelijk van overtuigde dat hij op het goede spoor zat. Niettemin bleef hij altijd een zekere reserve voelen, waardoor hij is blijven beweren dat elektromagnetische straling zich in kwanta *manifesteert*, niet dat ze uit kwanta *bestaat*. Het is, met andere woorden, slechts de *emissie* van elektromagnetische straling die in pakketjes gaat, niet de straling zelf.

Vijf jaar later, in 1905, zet een 26-jarige werknemer van een Zwitsers patentbureau die stap wel. In zijn artikel 'Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt' bewijst Einstein dat het mysterieuze foto-elektrische effect kan worden verklaard als men aanneemt dat licht zelf uit deeltjes bestaat. Het leverde hem in 1921 de Nobelprijs voor de fysica op, drie jaar nadat Planck die prijs in 1918 had ontvangen voor zijn ontdekking van energiekwanta.³

2 h wordt de constante van Planck genoemd. De waarde ervan is $6.62607004 \times 10^{-34}$ meter-kwadraat kilogram per seconde.

3 Einstein kreeg de prijs dus niet voor zijn theorie van de Speciale Relativiteit uit 1905, of voor de Algemene Relativiteitstheorie uit 1915. Als reden wordt vaak genoemd dat de relativiteitstheorie in 1921 nog te omstrepen was. Waarom (zo vroeg een anonieme beoordelaar van dit artikel zich af) kreeg Einstein de prijs dan niet later, nadat de relativiteitstheorie

Een andere Nobelprijswinnaar, de Deen Niels Bohr (1885-1962), nam de ideeën van Planck en Einstein als basis voor zijn theorie over complementariteit. Volgens Bohr zijn elektromagnetische verschijnselen niet puur deeltjes of puur golven. Ze gedragen zich soms als golven en soms als deeltjes, afhankelijk van de situatie.⁴ Bohrs zogenaamde golf-deeltjesdualiteit vond snel ingang. Rond 1920 waren velen ervan overtuigd dat licht, en in het algemeen elektromagnetische straling, een Janusgezicht had: het bestond uit golven en uit deeltjes.

Tot zover elektromagnetische straling. Maar hoe zit het met materie, in het bijzonder elektronen? Heeft een elektron ook een golf-deeltje-structuur? Dit was de vraag die de Franse prins Louis de Broglie (1892-1987) stelde in zijn dissertatie *Recherches sur la Théorie des Quanta* van 1924. De Broglie zelf beantwoordde de vraag bevestigend, maar leden van zijn promotiecommissie hadden hun twijfels; sommigen vonden dit een wel erg wild idee. De promotor van De Broglie, Paul Langevin, besloot daarom de mening van Einstein te vragen. Pas nadat Einstein had verklaard dat de ideeën van De Broglie heel interessant en veelbelovend waren, kon de promotie op 25 november 1924 doorgang vinden. Drie jaar later slaagden twee Amerikaanse natuurkundigen erin het golf-deeltje-karakter van elektronen experimenteel te bevestigen, en in 1929 kon ook De Broglie naar Stockholm om de Nobelprijs in ontvangst te nemen.

Het proefschrift van De Broglie fungeert als een soort scharnier tussen de zogenaamde oude kwantummechanica van Planck, Einstein en Bohr en de nieuwe kwantummechanica van drie andere Nobelprijswinnaars, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger en Paul Dirac.⁵ Zowel Heisenberg als Schrödinger vond veel inspiratie in de golf-deeltje-dualiteit zoals voorgesteld door De Broglie. Bij Heisenberg leidde de studie van De Broglie's ideeën tot de formulering van de onzekerheidsrelatie.

door vele experimenten was ondersteund? Daarvoor was ruimschoots de gelegenheid geweest, want Einstein stierf pas in 1955. Wij weten het niet. Misschien heeft het te maken met Einsteins kritiek op de invloedrijke kwantummechanica (die volgens Einstein onvolledig was), of met zijn reactie op de toekenning van de prijs in 1921 (in plaats van naar Stockholm te gaan om zijn prijs in ontvangst te nemen, zette Einstein zijn lezingentour in Zuidoost-Azië voort).

4 Bohr ontving de Nobelprijs in 1922, niet voor zijn ideeën over complementariteit, maar voor zijn model van het waterstofatoom.

5 Heisenberg kreeg de Nobelprijs van 1932 voor onder meer zijn onzekerheidsprincipe; Schrödinger en Dirac deelden de prijs in 1933 voor hun 'ontdekking van nieuwe productieve vormen van atoomtheorie'.

3 Heisenbergs onzekerheidsprincipe en de kritiek van Bohr

Een belangrijke rol in Heisenbergs en Schrödingers studie van de golf-deeltje-dualiteit van het elektron was weggelegd voor de Fourier-transformaties, genoemd naar de Franse wis- en natuurkundige Joseph Fourier (1768-1830). Deze transformaties zijn wiskundige operaties die het mogelijk maken om een deeltjeterminologie als het ware te vertalen in een terminologie over golven.

Terwijl Heisenberg heen en weer ging tussen een wiskundige golftaal en een wiskundige deeltjestaal, stuitte hij op een probleem: uit de wiskunde volgde dat de positie en de impuls van een elektron op één bepaald tijdstip niet beide gedetecteerd konden worden. Hoe nauwkeuriger de detectie van de positie, hoe onnauwkeuriger die van de impuls, en omgekeerd. Als we zowel positie als impuls op één bepaald tijdstip willen weten, moeten we genoeg nemen met een *trade-off*. We moeten accepteren dat er een essentiële onzekerheid blijft bestaan, een niet te reduceren foutmarge. Heisenberg ontdekte dat de grootte van die foutmarge bij benadering overeenkomt met Plancks constante, h . De formule die Heisenbergs onzekerheidsrelatie uitdrukt is:

$$\delta q \times \delta p \sim h$$

waar q en p staan voor respectievelijk de positie en de impuls van het elektron, en δ de onzekerheid uitdrukt. Met andere woorden, de onzekerheid van de positie maal de onzekerheid in de impuls is ongeveer gelijk aan h .

Heisenberg beschreef de onzekerheidsrelatie in zijn artikel 'Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik', dat in maart 1927 verscheen in het *Zeitschrift für Physik*. In een poging zijn ontdekking minder abstract-wiskundig en meer intuïtief te maken, geeft hij in dit artikel een argument in de vorm van een gedachte-experiment.

Heisenberg begint met zich af te vragen wat men eigenlijk precies bedoelt als men het heeft over de 'positie van een voorwerp' ('Ort des Gegenstandes'). Zijn antwoord zou rechtstreeks afkomstig hebben kunnen zijn uit *The Logic of Modern Physics* van P.W. Bridgman, dat in hetzelfde jaar verscheen.⁶ Volgens Heisenberg betekent de 'positie van een voorwerp'

6 Filosofen kennen Bridgman vooral als de grondlegger van het operationalisme en als bedenker van de term 'operationele definitie', maar hij was van oorsprong natuurkundige en kreeg in 1946 de Nobelprijs voor zijn werk in de fysica van hoge druk.

niets anders dan dat men kan wijzen op experimenten waarmee de positie van het voorwerp, in dit geval een elektron, bepaald kan worden:

Wenn man sich darüber klar werden will, was unter dem Ort des Gegenstandes, z.B. des Elektrons zu verstehen sei, so muss man bestimmte Experimente angeben, mit deren Hilfe man den Ort des Elektrons zu messen gedenkt, anders hat dieses Wort keinen Sinn.⁷

Welk instrument zou ons nu in staat stellen om een elektron te observeren? Men kan denken aan een microscoop waarbij het elektron wordt belicht, zodat er fotonen op vallen. Het elektron absorbeert dan een foton, raakt vervolgens geëxciteerd, en zendt een nieuw foton uit dat wordt opgevangen door een detectie-apparaat (het oog of een fotografische plaat), waardoor bepaald kan worden waar het elektron zich bevindt. Het probleem is echter dat je niet een gewone microscoop kunt gebruiken. Die werkt immers met zichtbaar licht, en de golflengte daarvan is veel groter dan de grootte van het elektron. Je hebt een microscoop nodig met licht van een veel kortere golflengte. De golflengte van ultraviolet is te lang, en zelfs die van gewone röntgenstraling is niet kort genoeg. Wat je nodig hebt is een heel harde, energetische vorm van röntgenstralen, de gammastralen, want die zijn ongeveer even groot als het elektron zelf.

Een echte microscoop met gammastraling kan niet bestaan. Ten eerste kunnen we gammastralen niet zien, en ten tweede kunnen ze niet gefocust worden – wat essentieel is als je ze in een microscoop wilt gebruiken. Heisenbergs argument heeft daarom de status van een gedachte-experiment: hij stelt zich voor wat er zou gebeuren als je wel met zo'n microscoop kon werken. Voortbouwend op Max Plancks ontdekking over de evenredigheid van frequentie en energie, redeneert hij als volgt: hoe korter de golflengte van een foton, hoe groter zijn frequentie en dus hoe groter zijn energie. Als een foton met hoge energie botst op een elektron, dan ontstaat een relatief grote terugslag. Deze terugslag verandert de impuls van het elektron, waardoor voor altijd onbepaald is wat die impuls was voordat de botsing ('interactie') met het foton plaatsvond. De enige manier om de impuls niet ingrijpend te verstoren is, zoals we eerder uitlegden, om fotonen te gebruiken met een lagere energie, en dus met een langere golflengte. Dit gaat echter ten koste van de precisie in de meting van de positie: we kunnen slechts vaststellen dat de positie waarschijnlijk in een bepaald gebied

⁷ Heisenberg 1927, p. 173.

valt, en het is zelfs niet uitgesloten dat ze buiten dat gebied ligt. Conclusie: impuls en positie kunnen niet beide tegelijk nauwkeurig bepaald kunnen worden. Er blijft een onzekerheid bestaan die principieel is, en die niet door ontwikkeling van bijvoorbeeld meer verfijnde meetapparaten ongedaan kan worden gemaakt.

Heisenberg formuleerde zijn onzekerheidsrelaties in februari 1927 in Kopenhagen, waar hij sinds mei 1926 werkte als docent en assistent van Niels Bohr aan diens Instituut voor Theoretische Fysica. Het was Heisenbergs tweede lange verblijf daar. Van september 1924 tot mei 1925 had hij met een beurs van de Rockefeller Stichting ook al intensief met Bohr in Kopenhagen samengewerkt. Het was daarom opmerkelijk dat Heisenberg zijn artikel over de onzekerheidsrelaties opstuurde naar het *Zeitschrift für Physik* zonder het Bohr te hebben laten lezen. Bohr kreeg de tekst pas te zien na terugkeer van een ski-vakantie, toen het artikel al door het tijdschrift geaccepteerd was. Er gebeurde wat Heisenberg blijkens een brief aan zijn vriend Wolfgang Pauli al vreesde: Bohr was *not amused*. Niet alleen voelde hij zich gepasseerd, maar hij had ook bezwaren tegen de inhoud van Heisenbergs gedachte-experiment. Het artikel was nog niet gepubliceerd, en Heisenberg kon op de valreep als 'Nachtrag bei der Korrektur' de volgende regels toevoegen:

Nach Abschluss der vorliegenden Arbeit haben neuere Untersuchungen von Bohr zu Gesichtspunkten geführt, die eine wesentliche Vertiefung und Verfeinerung der in dieser Arbeit versuchten Analyse der quantenmechanischen Zusammenhänge zulassen. In diesem Zusammenhang hat mich Bohr darauf aufmerksam gemacht, dass ich in einigen Diskussionen dieser Arbeit wesentliche Punkte übersehen hatte. [...]

De onzekerheidsrelaties vormden een belangrijk gespreksonderwerp op de twee grote natuurkunde-conferenties in het najaar van 1927: de Volta-conferentie in het Italiaanse Como in september en de Solvay-conferentie in Brussel een maand later. Voor Bohr waren die conferenties tevens een gelegenheid om zijn bezwaren tegen Heisenbergs gedachte-experiment verder toe te lichten. Naar zijn mening was dit gedachte-experiment gebaseerd op de foutieve aanname dat de positie en de impuls van een elektron vastgesteld zouden moeten kunnen worden in *een en hetzelfde* experiment. Dat is volgens Bohr onmogelijk en het is ook niet nodig. Onmogelijk, omdat men voor het bepalen van de positie een korte gammastraal nodig heeft en voor het meten van de impuls een lange. Niet nodig, omdat het complementariteitsprincipe impliceert dat men kan kiezen tussen een aanpak met

golven of een met deeltjes; welke het meest geschikt is hangt van de situatie of het specifieke experiment af.

De aanvankelijk zo warme en vriendschappelijke relatie tussen Heisenberg en Bohr zou als gevolg van de tweede wereldoorlog nog verder onder druk komen te staan. In september 1941 reisde Heisenberg, inmiddels hoogleraar te Leipzig, naar het bezette Denemarken; samen met de ruim tien jaar jongere Carl Friedrich von Weizsäcker (1912-2007) had hij een *Tagung* georganiseerd in het 'Deutsche Wissenschaftliche Institut' in Kopenhagen. Eenmaal in Kopenhagen bracht hij ook een bezoek aan Bohr, die uit principe de bijeenkomst niet had willen bijwonen. De bijeenkomst tussen Heisenberg en Bohr leidde tot een levenslange verwijdering tussen beiden, ook al werd het contact nooit helemaal verbroken. Niemand weet wat er precies is voorgevallen, maar dat de pogingen om een atoombom te ontwikkelen ter sprake zijn gekomen lijkt wel duidelijk. Zowel Heisenberg als Von Weizsäcker waren destijds erg actief in de *Uranverein*, het Duitse project voor het maken van atoomwapens.⁸

In zijn toneelstuk *Copenhagen* uit 1998 heeft Britse schrijver en filosoof Michael Frayn een fictieve reconstructie gegeven van het gesprek tussen Bohr en Heisenberg. Mede naar aanleiding van de ophef die dit toneelstuk teweegbracht, besloot de familie van Bohr in 2002 een nooit verzonden brief van Bohr aan Heisenberg openbaar te maken. Na Bohrs dood had de familie die brief gevonden in Bohrs exemplaar van de Deense vertaling van *Heller als tausend Sonnen*. Dit boek uit 1956 van de Oostenrijkse journalist en activist Robert Jungk is gebaseerd op gesprekken met atoomfysici. De Deense versie van 1957 bevat een brief aan Jungk van Heisenberg, waarin de schrijver verklaart dat hij in 1941 naar Kopenhagen ging om Bohr en andere atoomgeleerden ervan te overtuigen de wereldwijde race naar de ontwikkeling van een atoombom te saboteren. Bohr had echter heel andere herinneringen aan het gesprek. Dit blijkt uit zijn brief, die ongedateerd is, maar in of kort na 1957 geschreven moet zijn:

I have seen a book, 'Stærkere end tusind sole' ['Brighter than a thousand suns'] by Robert Jungk, recently published in Danish, and I think that I owe it to you to tell you that I am greatly amazed to see how much your memory has

8 Een van ons (DA) verbleef van 1963 tot 1965 op het Zwitserse CERN, en herinnert zich nog de doodse stilte die viel na de zin waarmee Von Weizsäcker, met zijn sterk Duitse accent, daar toen een lezing begon: 'It was in 1945 that I became first interested in the question of peace.'

deceived you in your letter to the author of the book, excerpts of which are printed in the Danish edition.

Personally, I remember every word of our conversations, which took place on a background of extreme sorrow and tension for us here in Denmark. In particular, it made a strong impression both on Margrethe [Bohrs vrouw --- JP en DA] and me, and on everyone at the Institute that the two of you spoke to, that you and Weizsäcker expressed your definite conviction that Germany would win and that it was therefore quite foolish for us to maintain the hope of a different outcome of the war and to be reticent as regards all German offers of cooperation. I also remember quite clearly our conversation in my room at the Institute, where in vague terms you spoke in a manner that could only give me the firm impression that, under your leadership, everything was being done in Germany to develop atomic weapons and that you said that there was no need to talk about details since you were completely familiar with them and had spent the past two years working more or less exclusively on such preparations.⁹

Na in 1943 te hebben vernomen dat er voorbereidingen waren getroffen voor zijn arrestatie, vluchtte Bohr per vissersboot naar Zweden. Vanuit Zweden ging hij naar de Verenigde Staten, waar hij zich aansloot bij het Manhattan-project, dat zoals bekend resulteerde in de productie van twee atoombommen, één met uranium-235 en één met plutonium-239. De eerste verwoestte Hiroshima, de tweede maakte drie dagen later Nagasaki met de grond gelijk.

Heisenberg, in de aanloop naar de tweede wereldoorlog door nazi's nog als 'weisse Jude' bestempeld, was intussen een belangrijke figuur in het Derde Rijk geworden. In februari 1942 had hij aan het *Kaiser-Wilhelm-Institut für Physik* in Berlijn een publiek van nazi-kopstukken toegesproken over de mogelijkheid en de gevolgen van kernsplijting. In april 1942 werd hij benoemd tot directeur van dit instituut, een functie die hij tot 1945 zou blijven uitoefenen. Daarnaast had hij in deze periode een aanstelling als hoogleraar aan de Berlijnse universiteit.

Heisenberg heeft altijd volgehouden dat hij probeerde om de ontwikkeling van een bom op z'n minst te vertragen. Er zijn inderdaad officiële documenten waaruit blijkt dat hij openlijk zijn twijfels kenbaar maakt

9 De brief zelf is in het Deens, dat Heisenberg goed beheerste. De Engelse vertaling van de volledige brief is te vinden op de homepage van het Niels Bohr Archief: <http://archon.nbi.dk/tms/heisenberg/?doc=facs01&page=1>

aan de haalbaarheid van een bom. Dit kan men zien als een poging om het atoomproject bewust te saboteren, maar een cynischer interpretatie is mogelijk, namelijk dat Heisenberg de bom niet *kon* ontwikkelen vanwege een fout in zijn berekeningen. Net als de meeste natuurkundigen in zijn tijd geloofde Heisenberg dat voor een atoombom grote hoeveelheden uranium-235 vereist waren. Volgens de berekeningen van Heisenberg was er echter wel erg veel uranium nodig, namelijk vele tonnen (in werkelijkheid is 15 kilo genoeg). Het is daarom niet uitgesloten dat Heisenberg echt twijfelde aan de mogelijkheid om een atoombom te maken. Zijn suggestie dat hij de Duitse machthebbers wilde misleiden zou een latere rationalisatie kunnen zijn.¹⁰

Heisenbergs baanbrekende artikel over het onzekerheidsprincipe verscheen zoals gezegd in maart 1927 in het *Zeitschrift für Physik*. Enkele maanden later publiceerde een onbekende Amerikaan in hetzelfde tijdschrift een ander artikel met daarin een nieuwe formule die opmerkelijk genoeg de geschiedenis zou ingaan als Heisenbergs onzekerheidsprincipe.

4 Kennards onzekerheidsprincipe

In 1913 promoveerde de 28-jarige Earle H. Kennard aan de Cornell universiteit, waaraan hij zijn verdere academische leven verbonden zou blijven. In 1926, het jaar waarin hij hoogleraar werd, ging hij voor een *sabbatical* naar Göttingen (waar Heisenberg twee jaar eerder onder Max Born was gehabiteerd) om zich te verdiepen in de nieuwe kwantummechanica en in Heisenbergs werk. Dat dit geen geringe inspanning voor hem was, blijkt uit de brief die hij op 3 maart 1927 schreef aan zijn collega Roswell Gibbs in Cornell:

¹⁰ Volgens sommigen (niet iedereen) wordt die cynische lezing ondersteund door de Farm Hall-transcripten. Van 3 juli 1945 tot 3 januari 1946 waren tien Duitse atoomgeleerden, waaronder Heisenberg en Von Weizsäcker, geïnterneerd in Farm Hall, een groot landhuis in de buurt van Cambridge. Het huis was van alle gemakken voorzien, maar in een poging te achterhalen hoe dicht de Duitsers bij een atoombom waren geweest, hadden de Britten overal af luisterapparatuur geïnstalleerd. Zo konden ze onder meer horen hoe de geïnterneerden reageerden toen die op 6 augustus 1945 via de BBC-radio vernamen dat een atoombom was geworpen. Sommigen, waaronder Heisenberg, wilden het bericht aanvankelijk niet geloven omdat ze niet geloofden dat men erin geslaagd kon zijn de bom te maken. Zie Frank 1993 en Rose 1998.

Theoretical physics has reached a terrible state ... new methods have to be learned every week, almost.¹¹

Maar zijn moeite werd beloond. Enkele maanden na Heisenbergs artikel over het onzekerheidsprincipe in het *Zeitschrift für Physik*, publiceerde Kennard in hetzelfde tijdschrift 'Zur Quantenmechanik einfacher Bewegungstypen'. In dit artikel geeft Kennard naar eigen zeggen een generalisatie van Heisenbergs onzekerheidsprincipe. Twee Nederlandse filosofen van de fysica, Jan Hilgevoord en Jos Uffink, hebben echter aangetoond dat er tussen Kennards resultaat en dat van Heisenberg zo'n groot verschil bestaat dat het niet overdreven is om van twee onzekerheidsprincipes te spreken.¹²

Heisenbergs principe wordt ook wel aangeduid als 'the observer effect', maar Hilgevoord en Uffink gebruiken een toepasselijker naam: 'the measurement uncertainty principle'. Dit principe gaat over één elektron en over één paar metingen, namelijk van de positie en de impuls van dit elektron, waartussen zoals we zagen een *trade-off* bestaat.

Kennards principe gaat daarentegen niet over metingen, en zeker niet over de onontkoombare *trade-off* tussen het meten van positie en impuls. Zijn principe betreft een *verzameling* of een *ensemble* van elektronen die zo geprepareerd zijn dat ze allemaal ongeveer dezelfde positie en dezelfde impuls hebben. Hilgevoord en Uffink spreken dan ook van 'the preparation uncertainty principle'. Kennard liet zien dat de statistische spreiding van de posities vermenigvuldigd met de spreiding van de impulsen nooit kleiner kan zijn dan Plancks constante gedeeld door 4π :

$$\Delta p \times \Delta q \geq h / 4\pi$$

met p en q voor de impuls en de positie. De delta, Δ , is de gewone standaarddeviatie die we kennen uit de statistiek, en hier representeert ze Kennards maat voor de statistische spreiding. Plancks constante h fungeert hier als een maat van het verschil tussen pq en qp ; zoals Heisenberg al in 1925 had laten zien, is de niet-commutativiteit van p en q een van de pijlers van de kwantummechanica.

Ondanks dit verschil tussen de twee onzekerheidsrelaties, beschouwt Kennard zijn formule zoals gezegd als niets anders dan een generalisatie van wat Heisenbergs had gedaan. Refererend aan zijn formule – ongelijkheid (27) in zijn eigen tekst – schrijft hij:

¹¹ Geciteerd in Kevles 1995, p. 201.

¹² Uffink en Hilgevoord 1985. Cf. Hilgevoord en Uffink 1990, Hilgevoord en Uffink 2001/2016.

Dieses ist das etwas verallgemeinerte Unbestimmtheitsgesetz von Heisenberg. Es setzt eine untere Grenze für das Produkt der Unbestimmtheitsmasse für jedes Paar kanonischer Variabeln fest.¹³

Kennards idee dat Heisenbergs ‘measurement uncertainty principle’ een speciaal geval is van zijn eigen ‘preparation uncertainty principle’ wordt door Heisenberg integraal overgenomen. Dit blijkt bijvoorbeeld uit wat Heisenberg zegt in zijn boek gebaseerd op de lezingen die hij in 1930 gaf aan de universiteit van Chicago:

It must be emphasized again that this proof does not differ at all in mathematical content from that given at the beginning of the section.¹⁴

Hier verwijst ‘this proof’ naar Kennards bewijs, dat Heisenberg reproduceerde in de alinea voorafgaande aan het bovenstaande citaat. De uitdrukking ‘that given at the beginning of the section’ slaat op het gedachte-experiment met de gammastraling-microscoop waarmee Heisenberg zijn eigen onzekerheidsprincipe had uitgelegd.

Het feit dat noch Kennard noch Heisenberg een essentieel verschil zag tussen de twee onzekerheidsrelaties maakt begrijpelijk waarom latere tekstboeken in de kwantummechanica eveneens geen onderscheid maken. Neem bijvoorbeeld het terecht veelgebruikte tekstboek van Leonard Schiff. Daarin wordt Kennards bewijs gegeven, maar de enige referentie is naar Heisenbergs boek uit 1930; Kennards artikel uit 1927 wordt niet genoemd. Vervolgens concludeert Schiff:

This is the precise expression of the Heisenberg uncertainty relation (3.1), when the uncertainties Δx and Δp are defined as in Eq. (12.1).¹⁵

Schiff gebruikt Δx in plaats van Δq voor de spreiding van de positie, en zijn vergelijking (12.1) is Kennards definitie van de onzekerheden als standaarddeviaties. Echter, de ongelijkheid (3.1) die Schiff noemt is de onzekerheidsrelatie volgens Heisenbergs originele versie, want Schiff schrijft:

¹³ Kennard 1927, p. 339.

¹⁴ Heisenberg 1930, p. 19 van de Engelse vertaling.

¹⁵ Schiff 1955, p. 55; met ‘momentum’ wordt ‘impuls’ bedoeld.

The relation (3.1) means that a component of the momentum of a particle cannot be precisely specified without our loss of all knowledge of the corresponding component of its position at that time.¹⁶

Feit is echter dat Kennard, Heisenberg, Schiff en anderen zich vergissen: de twee versies van het onzekerheidsprincipe zijn niet hetzelfde. Het is eenvoudigweg onwaar dat Kennards ongelijkheid, zoals Heisenberg zegt, ‘does not differ at all in mathematical content’ van Heisenbergs eigen formule. Zoals Hilgevoord en Uffink zeggen:

both in status and intended role there is a difference between Kennard’s inequality and Heisenberg’s previous formulation.¹⁷

Men kan zelfs verder gaan. Zoals in de volgende paragraaf duidelijk wordt is Kennards principe geldig, terwijl er redenen zijn om dat van Heisenberg serieus te betwijfelen.

5 De universeel geldige onzekerheidsrelatie

De wijdverbreide gewoonte om met ‘Heisenbergs onzekerheidsrelatie’ te verwijzen naar Kennards principe leek aanvankelijk onschuldig – niet meer dan het gebruik van een wat verwarrend label. Maar schijn bedriegt. Dat Kennards principe geldig is betwijfelt niemand: het volgt simpelweg uit de kwantummechanica. Masanao Ozawa (2003) heeft echter betoogd dat hetzelfde niet gezegd kan worden van Heisenbergs onzekerheidsrelatie; die is volgens hem ongeldig.

In Heisenbergs gedachte-experiment wordt eerst de positie gemeten en dan de impuls, maar die volgorde is arbitrair: meting van de positie verstoort de impuls, maar het omgekeerde is ook het geval. Hieronder volgen we de conventie en nemen we aan dat eerst de positie en daarna de impuls gemeten wordt.

16 Ibid. p. 7. Een ander voorbeeld is het tekstboek van L.E. Ballentine, die eerst op een elegante manier afleidt wat in essentie Kennards preparatie-principe is, en dit dan toeschrijft aan Heisenberg (Ballentine 1990, p. 166).

17 Hilgevoord en Uffink 2001/2016.

18 Dit geldt niet alleen voor een elektron, maar voor alle objecten en processen in de micro- en de macrowereld.

De positie van een elektron vaststellen betekent in feite twee grootheden bepalen: de positie plus een of andere afwijking.¹⁸ En wanneer men vervolgens de impuls meet, heeft men weer te maken met een som van twee grootheden: de impuls plus de afwijking als gevolg van de positie-meting. Ozawa noemt de afwijking in wat men als eerste meet (hier: de positie) *ruis* (*noise*) en de afwijking in wat men meet als tweede (hier: de impuls) *verstoring* (*disturbance*). Vervolgens herformuleert hij Heisenbergs onzekerheidsrelatie als de bewering dat de ruis maal de verstoring niet kleiner mag zijn dan $h/4\pi$:

By the γ -ray thought experiment, Heisenberg ... argued that the product of the noise in a position measurement and the momentum disturbance caused by that measurement should be no less than $h/4\pi$.¹⁹

Deze bewering is volgens Ozawa *niet universeel geldig*. Ze zou universeel geldig zijn als de ruis en de verstoring onafhankelijk waren van de positie en de impuls. Aangezien ze dat doorgaans niet zijn, is Heisenbergs bewering dus onwaar. Dit wordt duidelijk als men zich realiseert dat het bestaan van ruis en verstoring leidt tot vier paren, die conceptueel van elkaar verschillen:

- (1) de positie van het elektron en zijn impuls
- (2) de ruis en de verstoring
- (3) de impuls van het elektron en de ruis
- (4) de positie van het elektron en de verstoring.

Paar (1) betreft de gebruikelijke variabelen uit de kwantummechanica; de combinatie ervan leidt, zoals we zagen, tot Plancks constante die het discrete, pakketachtige karakter van straling en materie weergeeft. De ruis en de verstoring uit (2) vormen het paar waarover Heisenberg het heeft in zijn gedachte-experiment met de gammastraling (ofschoon de termen 'ruis' en 'verstoring' van Ozawa zijn).

Ozawa's belangrijkste bijdrage betreft zijn analyse van (3) en (4). De ruis en de impuls uit (3) zijn gecorreleerd, evenals de verstoring en de positie uit (4), en deze correlaties moeten in de berekening worden meegenomen. Met andere woorden, terwijl Heisenberg alleen (2) beschouwt, beklemtoont Ozawa dat (3) en (4) moeten worden toegevoegd aan (2) alvorens het resultaat te confronteren met (1), het dictaat van de kwantummechanica.

¹⁹ Ozawa 2003, p. 1. Ozawa heeft $\frac{h}{2}$, wat equivalent is.

De som $(2)+(3)+(4)$ leidt tot een nieuwe, uitgebreidere versie van Heisenbergs onzekerheidsprincipe: Ozawa's *universally valid uncertainty relation*. Deze nieuwe versie impliceert iets opmerkelijks. Aangezien $(2)+(3)+(4)$ niet kleiner mag zijn dan $\hbar/4\pi$, kan het Heisenbergpaar (2) gelijk zijn aan nul, namelijk wanneer $(3)+(4)$ al niet kleiner is dan $\hbar/4\pi$. Heisenbergs onzekerheidsprincipe is daarom ongeldig: er bestaan fysische situaties waarin het onwaar is. Er is geen positieve ondergrens voor het product van ruis en verstoring. In de woorden van Ozawa:

The universally valid uncertainty relation shows that for measurements of dependent intervention, the lower bound of the noise-disturbance product depends on the premeasurement ... standard deviations [van de positie en de impuls]. In order to obtain the trade-off among the noise, the disturbance, and the premeasurement standard deviations uncertainties, we apply the [Kennard] uncertainty relation.²⁰

Merk op dat het argument van Ozawa geen aantasting betekent van Kennards principe. Dat principe gaat alleen over statistische spreiding van positie en impuls na de preparatie van de elektronen. Het refereert niet aan enige meting, dus het heeft niets te maken met ruis of verstoring.

De resultaten in Ozawa (2003) zijn puur theoretisch, maar ze zijn twee keer empirisch getest, in 2012 en in 2019. De test in 2012 onder leiding van de Japanner Yuji Hasegawa meet de spin van een neutron langs twee loodrecht op elkaar staande assen. Evenals positie en impuls in (2) zijn de spinmetingen langs deze assen onderworpen aan onzekerheid: als je de spin langs de ene as weet (*up* of *down*), dan is die langs de andere as onbepaald: noch *up* noch *down*. Daarnaast deed het team van Hasegawa metingen naar Ozawa's twee nieuwe paren, (3) en (4) . Het resultaat: Heisenbergs principe werd gefalsificeerd, terwijl Ozawa's universeel geldige onzekerheidsrelatie werd geconfirmeerd. De test uit 2019 werd uitgevoerd door Chinese experimentatoren (Liu en Ma et al. 2019). Uitgaande van een zogenaamde verstrengelde toestand van fotonen, falsifiëren sommige van hun resultaten Heisenbergs principe, maar al hun resultaten blijken consistent te zijn met Ozawa's relatie.

²⁰ Ibid., p. 3. Kwantummechanica staat een ruisloze meting toe, een geval waarin de ruis nul bedraagt. Heisenbergs principe impliceert in dat geval dat de storing oneindig groot is. Ozawa's principe doet het beter: het geeft een eindige, en niet noodzakelijk heel grote ondergrens voor de verstoring.

Busch et al. (2013) hebben betoogd dat Ozawa's schatting van de standaarddeviatie gebaseerd is op een maat die niet de enig mogelijke is. Zij presenteren vervolgens een alternatieve maat, die leidt tot een andere schatting. Hun conclusie luidt dat met deze maat Heisenbergs principe wel geldig is.

Het laatste woord in deze kwestie is duidelijk nog niet gezegd, maar er zijn enkele redenen om te denken dat Ozawa op dit moment de beste papieren heeft. Ten eerste wordt zijn positie, zoals we zagen, empirisch ondersteund. Aangezien de twee experimenten die werden gedaan allebei uitmondde in een falsificatie van Heisenbergs onzekerheidsrelatie, is een aanpak waarin die relatie geldig is op het eerste gezicht verdacht. Ten tweede is de maat van Busch et al. zelf van verschillende kanten bekritiseerd. Zo hebben Hilgevoord en Uffink betoogd dat deze maat niet doet wat ze zou moeten doen, omdat ze de positie en de impuls meet *in verschillende toestanden* van het elektron.²¹ En Ozawa zelf liet overtuigend zien dat de maat van Busch et al. enkele tekortkomingen heeft die zijn eigen maat omzeilt.²²

Er is tenslotte nog een derde reden om te denken dat Ozawa gelijk heeft als hij zegt dat Heisenbergs onzekerheidsrelatie ongeldig is. In de Algemene Relativiteitstheorie van 1915 voorspelde Einstein het bestaan van zwaartekrachtgolven, maar hij meende dat ze te zwak waren om ooit gedetecteerd te worden. Rainer Weiss (van MIT) en Barry Barish en Kip Thorne (beiden van de Caltech-universiteit) slaagden er in september 2015 in om zwaartekrachtgolven te observeren met behulp van een laser-interferometer. In 2017 kregen ze er de Nobelprijs voor. Het niveau van nauwkeurigheid waarmee zij hun metingen deden zou onmogelijk bereikt hebben kunnen worden als zij afwisselend positie en impuls hadden gemeten volgens Heisenbergs onzekerheidsprincipe.²³

6 Conclusie

Heisenbergs onzekerheidsprincipe is het voorlopige eindpunt van een illustere wetenschapsgeschiedenis die begon in de zeventiende eeuw, toen Huygens beweerde dat licht een golfverschijnsel was en Newton zei dat het uit deeltjes bestond. Aanvankelijk leek Huygens het gelijk aan zijn kant

²¹ Hilgevoord en Uffink 2001/2016.

²² Ozawa 2019.

²³ Braginski, Vorontsov, en Thorne 1980; Abbott et al. 2017.

te hebben. Hij kon de interferentieverschijnselen verklaren waar Newton mee in zijn maag zat (zoals de ringen die je ziet als je een bolvormige lens op een vlakke glasplaat legt); en ook experimenten uit het begin van de negentiende eeuw ondersteunden Huygens' golftheorie. De resultaten van Planck en die van Einstein in 1905 boden daarentegen weer steun voor Newtons deeltjeshypothese, en in 1927 lanceerde Niels Bohr zijn idee van complementariteit: licht heeft beide aspecten en het hangt van het experiment af of het zich als golf of als deeltje manifesteert. Inmiddels is deze golf-deeltjedualiteit een essentieel onderdeel van de kwantumelektrodynamica. Dankzij Heisenberg, die ontdekte dat met Fourier-transformaties een brug kon worden gebouwd tussen de wereld van de deeltjes en die van de golven, pendelt men tegenwoordig probleemloos heen en weer tussen golf- en deeltjesvergelijkingen. Heisenbergs ontdekking leidde hem verder tot dat opzienbarende en voor velen diep verontrustende inzicht, namelijk dat de werkelijkheid op een fundamenteel niveau onderworpen is aan onzekerheid. Het is onmogelijk om voor een bepaald tijdstip, t , de positie en de impuls van bijvoorbeeld een elektron vast te stellen: zekerheid over de impuls op t impliceert onzekerheid over de positie op t , en omgekeerd. Over de vraag of 'zekerheid' en 'onzekerheid' hier epistemisch of ontologisch moeten worden opgevat zijn de geleerden het niet eens, maar feit is wel dat steun voor de epistemische lezing afneemt.

Een paar maanden nadat Heisenberg zijn inzicht publiceerde, verscheen een artikel waarin de Amerikaanse natuurkundige Earle Kennard Heisenbergs resultaat over één enkel elektron uitbreidt naar een verzameling of *ensemble* van elektronen. Zowel Heisenberg als Kennard dachten dat hiermee slechts een generalisatie van Heisenbergs principe was geleverd. Recent onderzoek heeft echter uitgewezen dat Kennards onzekerheidsprincipe een heel ander karakter heeft dan dat van Heisenberg. Het verschil kan in zekere zin niet groter zijn: Kennards principe is geldig, maar dat van Heisenberg niet.²⁴

Referenties

Abbott B.P. *et al.* (LIGO Scientific Collaboration & Virgo Collaboration) (2017). GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral, *Physical Review Letters* 119: 161101.

24 Met dank aan Erik Weber en een anonieme beoordelaar voor nuttige kritiek en andere opmerkingen.

- Ballentine, L.E. (1990) *Quantum Mechanics*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.
- Braginski, Vladimir B., Yuri I. Vorontsov, en Kip Thorne (1980) Quantum Nondemolition Measurements, *Science* 209: 547-557.
- Bridgman, P. W. (1927) *The Logic of Modern Physics*. New York: The Macmillan Company.
- Busch, P., P. Lahti, en R.F. Werner (2013) Proof of Heisenberg's Error-Disturbance Relation, *Physical Review Letters* 111: 160405.
- Einstein, Albert (1905) Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt, *Annalen der Physik* 322, pp. 132-148.
- Erhart, J., S. Sponar, G. Sulyok, G. Badurek, M. Ozawa, en J. Hasegawa, (2012) Experimental Demonstration of a Universally Valid Error-Disturbance Uncertainty Relation in Spin Measurements, *Nature Physics* 8, pp. 185-189.
- Frank, Charles (1993) *Operation Epsilon. The Farm Hall Transcripts*. Berkeley: University of California Press.
- Heisenberg, Werner (1927) Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik and Mechanik, *Zeitschrift für Physik* 43, pp. 172-198.
- Heisenberg, Werner (1930) *Die Physikalischen Prinzipien der Quantentheorie*. Leipzig: Hirzel.
- Engelse vertaling: *The Physical Principles of Quantum Theory*. Chicago: University of Chicago Press.
- Hilgevoord, Jan en Jos Uffink (1990) A New View on the Uncertainty Principle, in: A.I. Miller (red.), *Sixty-Two Years of Uncertainty. Historical, Philosophical, and Physical Inquiries into the Foundations of Quantum Mechanics*. Boston, MA: Springer, pp. 121-137.
- Hilgevoord, Jan en Jos Uffink (2001/2016) The Uncertainty Principle, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2016 edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/qt-uncertainty/>>
- Kennard, E.H. (1927) Zur Quantenmechanik einfacher Bewegungstypen, *Zeitschrift für Physik* 44, pp. 326-352.
- Kevles, Daniel J. (1995) *The Physicists. The History of a Scientific Community in Modern America*. Cambridge, MA: Harvard University Press. Vierde druk van de tweede herziene editie uit 1972.
- Liu, Yang en Zhihao Ma en anderen (2019) Experimental Test of Error Tradeoff Uncertainty Relation Using a Continuous-Variable Entangled State, *Quantum Information* 5, Article number 68, <https://doi.org/10.1038/s41534-019-0183-6>
- Ozawa, Masanao (2003) Universally Valid Reformulation of the Heisenberg Uncertainty Principle on Noise and Disturbance in Measurement, *The Physical Review A* 67: 042105.
- Ozawa, Masanao (2019) Soundness and Completeness of Quantum Root-Mean-Square Errors, *Quantum Information* 5, Article number 1, <https://doi.org/10.1038/s41534-018-0113-z>.
- Planck, Max (1900) Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum, *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 2, pp. 237-245.
- Price, W. en S. Chisick (1977) *The Uncertainty Principle and the Foundations of Quantum Mechanics*. New Jersey: Wiley.
- Rose, Paul Lawrence (1998) *Heisenberg and the Nazi Atomic Bomb Project. A Study in German Culture*. Berkeley: University of California Press.
- Schiff L.I. (1955) *Quantum Mechanics*. Tweede editie. New York: McGraw-Hill.
- Uffink, J.B.M. en J. Hilgevoord (1985), Uncertainty Principle and Uncertainty Relations, *Foundations of Physics* 15, pp. 925-944
- Young, Thomas (1804) Bakerian Lecture: Experiments and Calculations Relative to Physical Optics, *Philosophical Transactions of the Royal Society* 94, pp. 1-16.

Over de auteurs

Jeanne Peijnenburg is emeritus hoogleraar Theoretische Filosofie aan de Groningse Faculteit Wijsbegeerte. Ze studeerde Nederlands in Groningen en Filosofie in Nijmegen en Amsterdam, en promoveerde onder Theo Kuipers op *Acting Against One's Best Judgement*. Ze was geruime tijd vice-decaan en hoofd van onderzoek van de faculteit. In 2017 publiceerde ze samen met David Atkinson *Fading Foundations. Probability and the Regress Problem* (Springer Synthese Library).

David Atkinson studeerde natuurwetenschappen in Cambridge (UK), waar hij in 1964 promoveerde. In 1968 bewees hij dat de S-matrix-theorie, een van de kanshebbers voor een Theory of Everything, onbruikbaar is omdat ze een overaftelbaar aantal oplossingen heeft. Hij werkte in Londen, Genève, Berkeley, Rome, Kopenhagen en Bonn alvorens in 1972 hoogleraar Theoretische Natuurkunde te worden in Groningen. In 2000 ging hij met emeritaat en sindsdien publiceert hij op het terrein van de wetenschapsfilosofie en de formele epistemologie.